L'évolution des disques protoplanétaires

Tristan Guillot
Observatoire de la Côte d'Azur

www.obs-nice.fr/guillot

Plan

- 1) Les briques élémentaires
  - Rotation keplerienne, conservation du moment cinétique, diffusion turbulente et équation d'évolution
  - Le transport du moment cinétique: instabilités magnétorotationnelle, hydrodynamique, gravitationnelles
  - Bilan énergétique: dissipation visqueuse & chauffage stellaire
- 2) Petite histoire des disques protoplanétaires
  - L'effondrement d'un nuage moléculaire
  - L'évolution visqueuse: l'accrétion stellaire et l'étalement du disque
  - La fin de vie du disque de gaz: évaporation et effets de marée
- 3) Applications
  - Structure thermique des disques: influence sur la chimie des grains
  - Zones de formation planétaire: évolution de la ligne de glace
  - La formation du Système Solaire: un scénario d'évaporation modérée

Plan

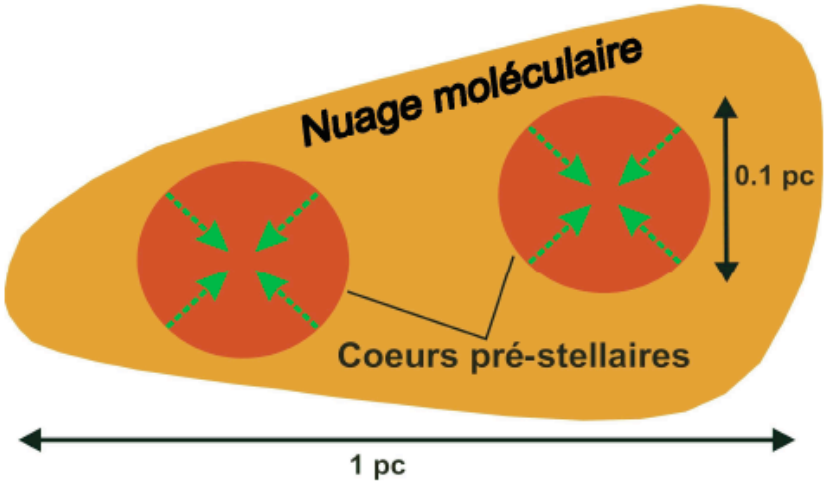
- 1) Les briques élémentaires
  - Rotation keplerienne, conservation du moment cinétique, diffusion turbulente et équation d'évolution
  - Le transport du moment cinétique: instabilités magnétorotationnelle, hydrodynamique, gravitationnelles
  - Bilan énergétique: dissipation visqueuse & chauffage stellaire
- 2) Petite histoire des disques protoplanétaires
  - L'effondrement d'un nuage moléculaire
  - L'évolution visqueuse: l'accrétion stellaire et l'étalement du disque
  - La fin de vie du disque de gaz: évaporation et effets de marée
- 3) Applications
  - Structure thermique des disques: influence sur la chimie des grains
  - Zones de formation planétaire: évolution de la ligne de glace
  - La formation du Système Solaire: un scénario d'évaporation modérée

Scénario pour la formation des étoiles de type solaire

(modifié à partir de Shu et al. 1987 ARA&A - cf. Protostars & Planets IV)

A) Phase Pré-Stellaire (t ~ 10^6 ans)

Fragmentation et effondrement

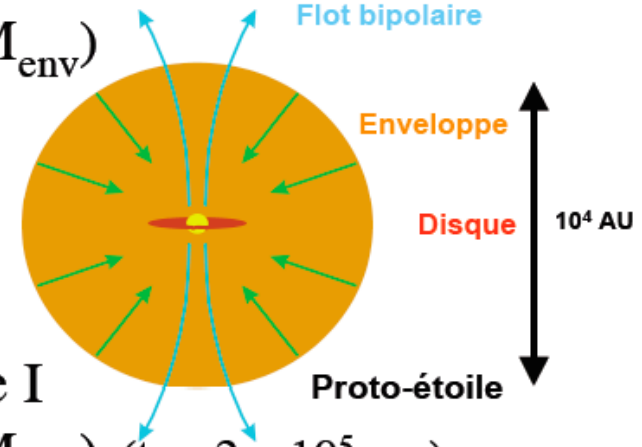


B) Phase Protostellaire (t ~ 10^5 ans)

Accrétion et éjection

Classe 0 (t ~ 3 x 10^4 ans)

($M_* < M_{env}$)

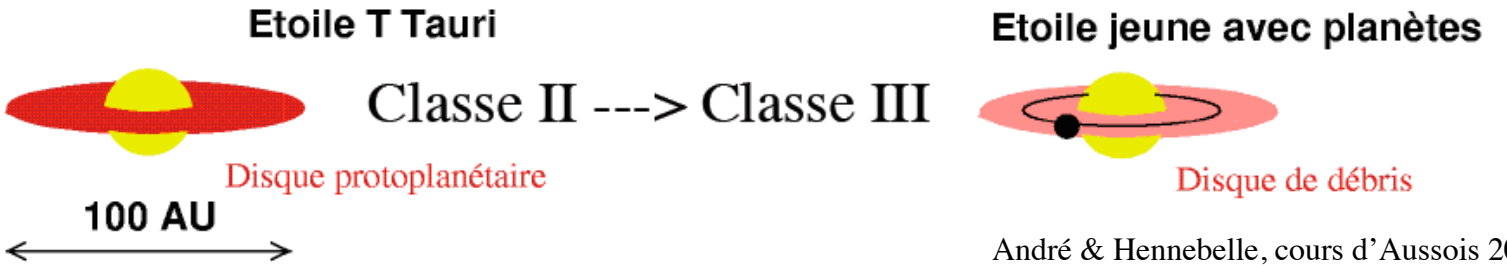


Classe I

($M_* > M_{env}$) (t ~ 2 x 10^5 ans)

C) Pré-Séquence Principale (t ~ 10^6-10^7 ans)

Contraction gravitationnelle



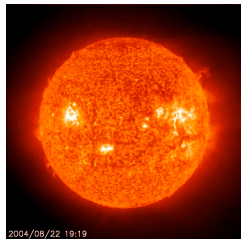
André & Hennebelle, cours d'Aussois 2004

Le problème du moment cinétique

$$J \approx MR^2\Omega$$

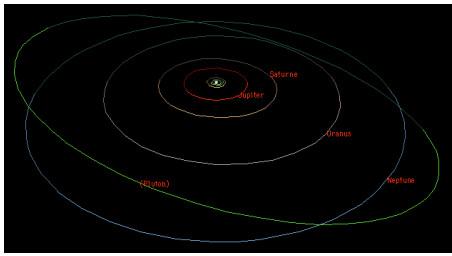
- **Moment cinétique du Soleil:**

$$J_* \approx \left(2 \cdot 10^{33}\,\mathrm{g}\right) \times \left(7 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}\right)^2 \times \left(\frac{2\pi}{24 \times 86400\mathrm{s}}\right)$$



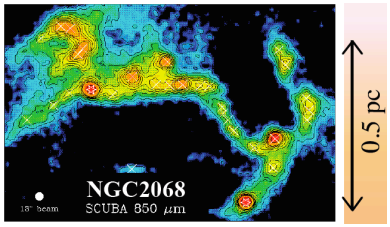
- **Moment cinétique orbital de Jupiter:**

$$J_\mathrm{J} \approx \left(2 \cdot 10^{30}\,\mathrm{g}\right) \times \left(8 \cdot 10^{13}\,\mathrm{cm}\right)^2 \times \left(\frac{2\pi}{4333 \times 86400\mathrm{s}}\right)$$



- **Moment cinétique d'un coeur dense de nuage moléculaire:**

$$J_\mathrm{C} \approx \left(2 \cdot 10^{33}\,\mathrm{g}\right) \times \left(3 \cdot 10^{17}\,\mathrm{cm}\right)^2 \times \left(10^{-14}\,\mathrm{s}^{-1}\right)$$

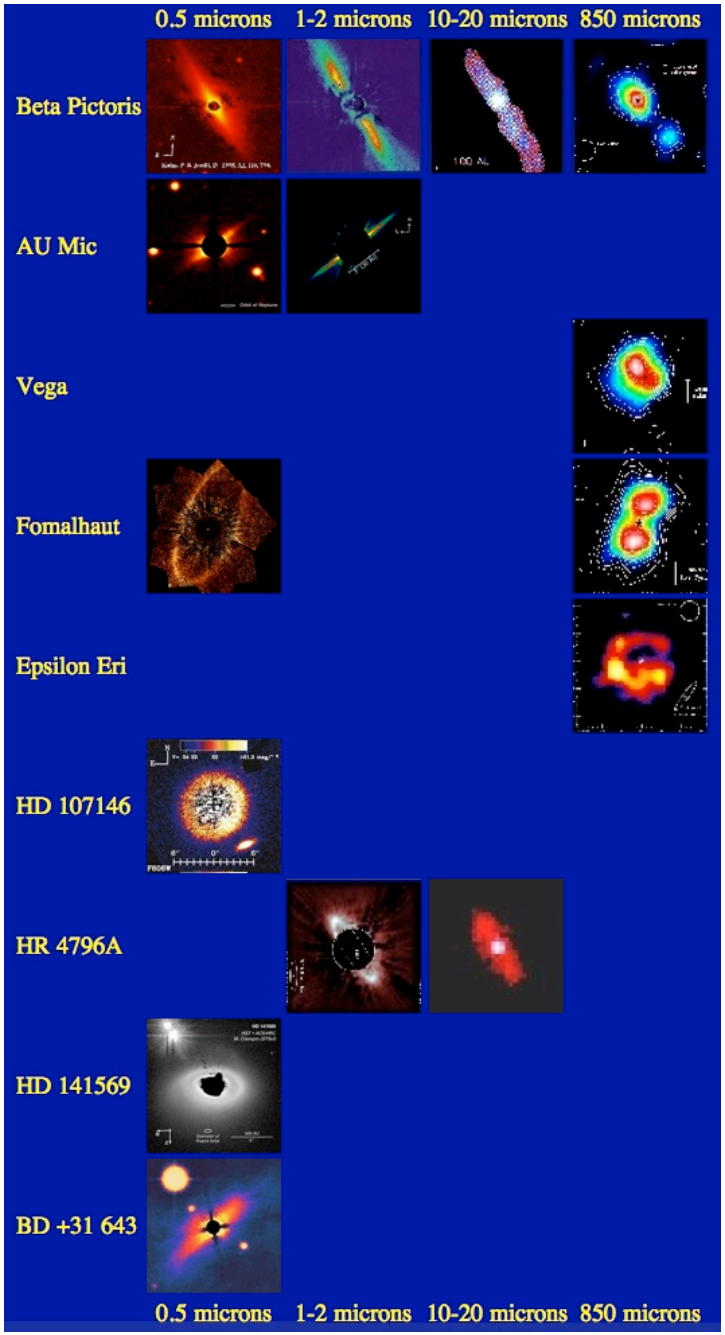


=> Le moment cinétique doit être transporté vers l'extérieur

La nécessaire formation d'un disque

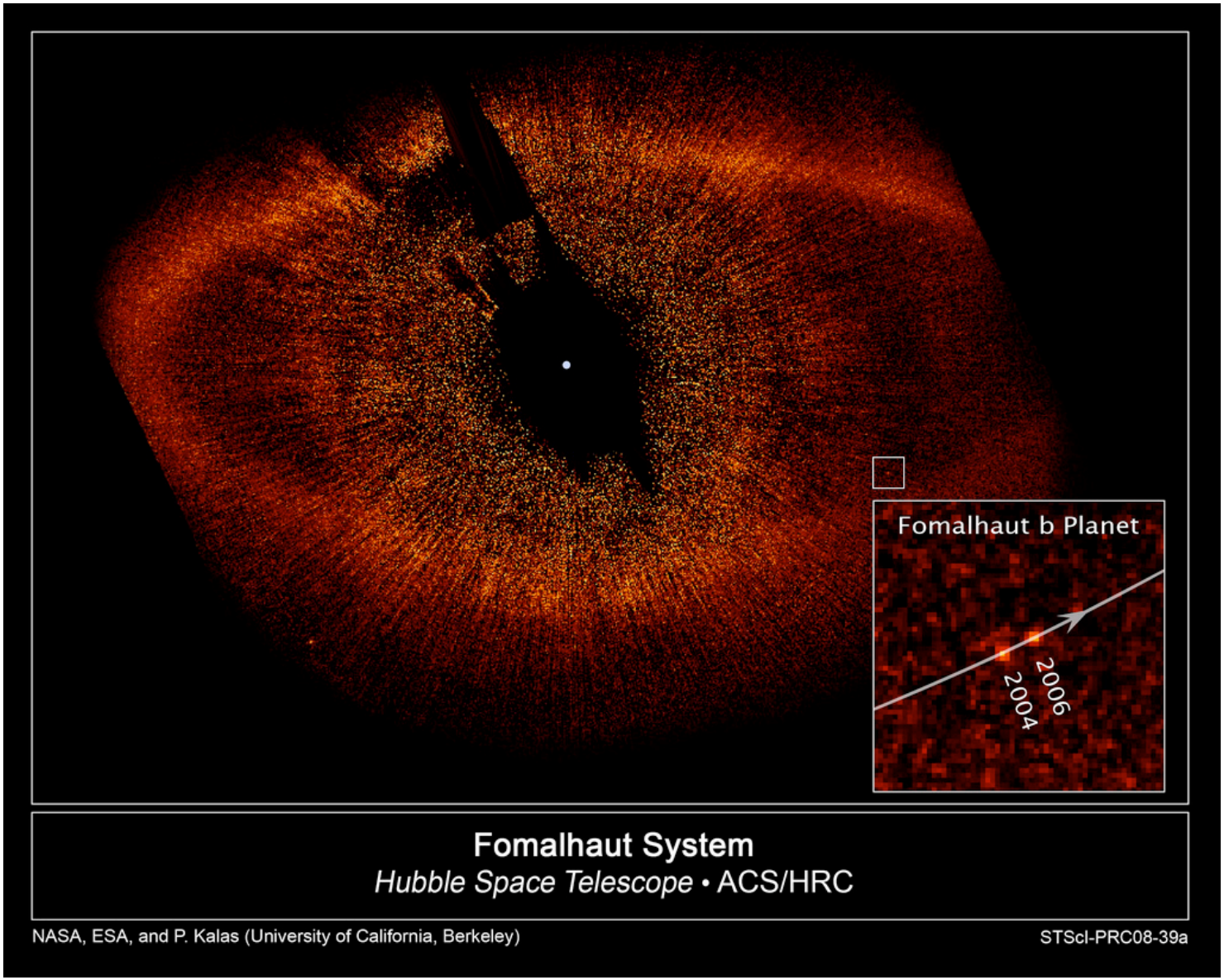
D'après Richling & Yorke (2000)

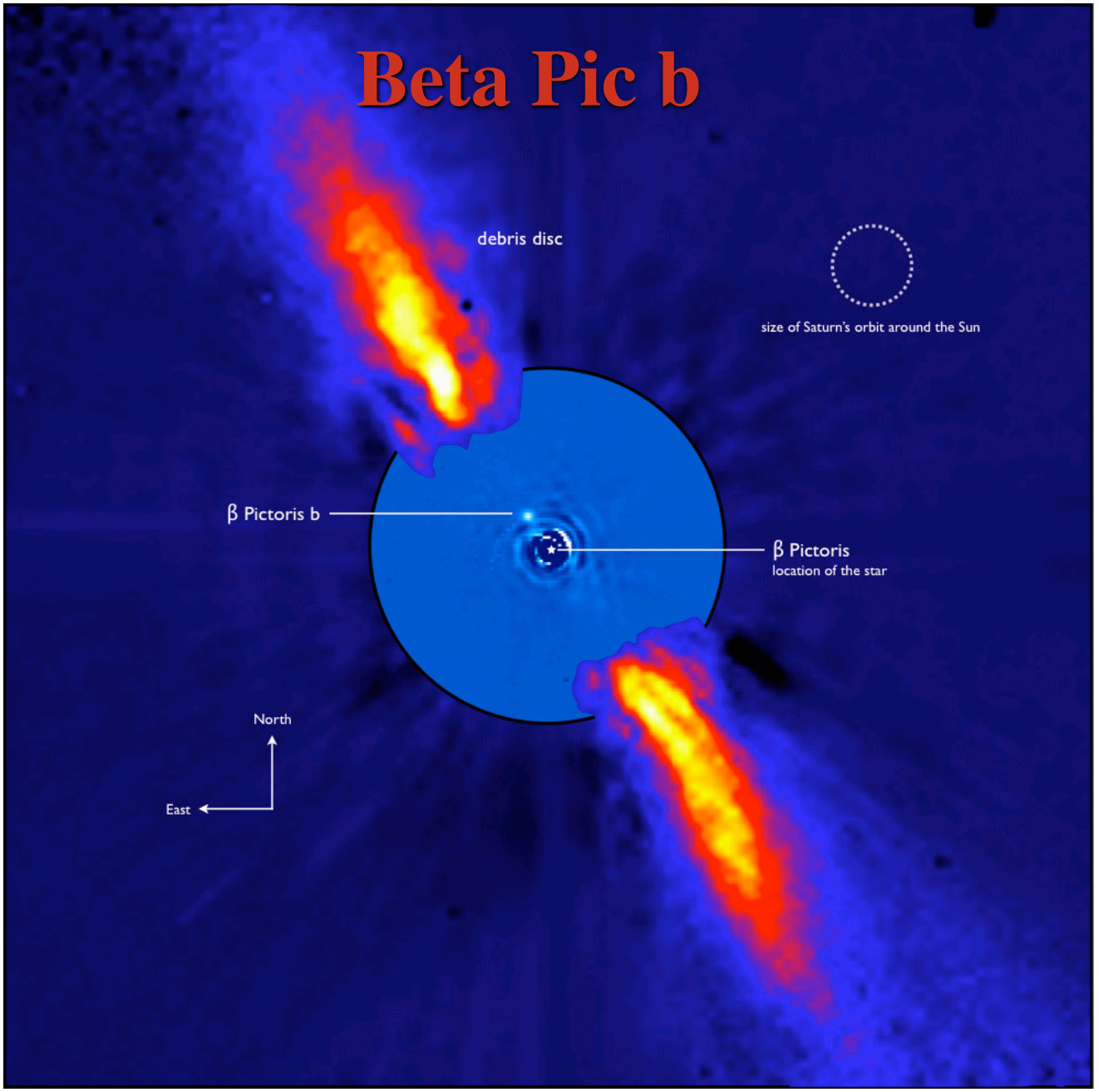
Disques, disques...



http://astron.berkeley.edu/~kalas/disksite/pages/gallery.html

Fomalhaut b


Fomalhaut b Planet
2006
2004
Fomalhaut System
Hubble Space Telescope • ACS/HRC
NASA, ESA, and P. Kalas (University of California, Berkeley)
STScI-PRC08-39a


Beta Pic b
debris disc
size of Saturn's orbit around the Sun
β Pictoris b
β Pictoris
location of the star
North
East

Modèle 1D d'évolution du disque

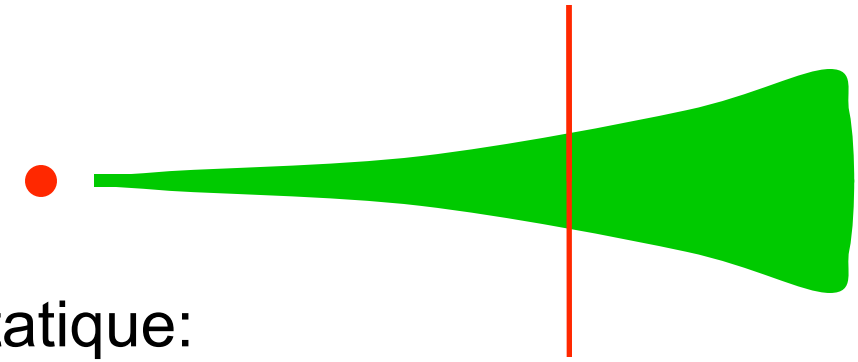
- Bases: Shakura & Sunyaev (1973), Lynden-Bell & Pringle (1974), Pringle (1981).
- Voir cours de C. Dullemond et G. Ogilvie
- On suppose un disque géométriquement mince: $h(r) \ll r$
- Les ondes sonores traversent le disque verticalement beaucoup plus rapidement que le gaz ne peut être transporté radialement
- La structure verticale est en équilibre quasi-statique comparé aux échelles de temps des mouvements radiaux
- On sépare le problème en deux parties:
  - **Structure verticale** (équilibre atteint rapidement)
  - **Structure radiale** (évolution sur des échelles de temps beaucoup plus longues; à chaque pas de temps, la structure verticale est supposée être en équilibre)

Modèle 1D d'évolution du disque

Structure verticale

$\rho(z)$

$T(z)$



Equation d'équilibre hydrostatique:

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{\rho(z) k T(z)}{\mu m_p}\right) = -\rho(z)\,\Omega_K^2\, z$$

L'équation pour le gradient de température est complexe: elle implique une expression pour la dissipation d'énergie visqueuse, le transfert radiatif la convection, etc... (voir après).

Nous supposerons ici que le disque est verticalement isotherme

Modèle 1D d'évolution du disque

Structure verticale

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{\rho(z)kT}{\mu m_p}\right) = -\rho(z)\Omega_K^2 z$$

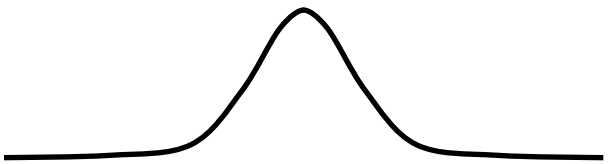
Avec notre hypothèse T(z)=cste. on peut écrire:

$$\frac{kT}{\mu m_p}\frac{d\rho(z)}{dz} = -\rho(z)\Omega_K^2 z$$

Avec la solution:

$$\rho(z) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z^2}{2h^2}\right) \qquad \text{avec} \qquad h = \sqrt{\frac{kTr^3}{\mu m_p GM_*}}$$

Une Gaussienne!



Modèle 1D d'évolution du disque

La conservation de la masse (3D => 1D)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \rho v_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\rho v_\phi\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho v_z\right) = 0$$

On définit la densité de surface: $\Sigma(r) \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r,z)\, dz$

On intègre l'équation de conservation de la masse en ϕ et z:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r,z)\, dz\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} \left(r \rho v_r\right) dz\right] = 0$$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (\Sigma r \bar{v}_r)}{\partial r} = 0$$

$$\Sigma(r)\bar{v}_r \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} \rho v_r\, dz$$

Modèle 1D d'évolution du disque

La conservation de la quantité de mouvement (3D => 1D)

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\rho \nabla \Phi - \nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}$$

On projette sur la composante tangentielle:

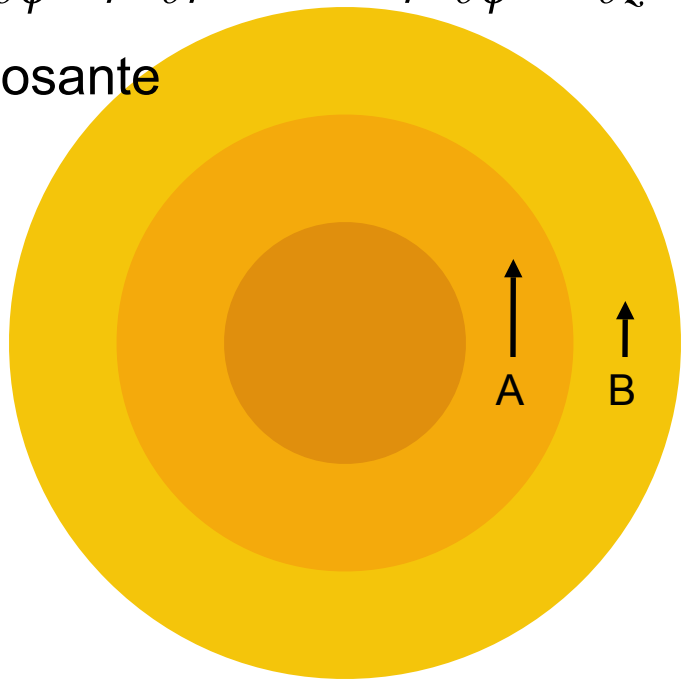
$$\rho\left(\frac{\partial \mathrm{v}_\phi}{\partial t} + \mathrm{v}_r \frac{\partial \mathrm{v}_\phi}{\partial \mathrm{r}} + \frac{\mathrm{v}_\phi}{r}\frac{\partial \mathrm{v}_\phi}{\partial \phi} + \mathrm{v}_z \frac{\partial \mathrm{v}_\phi}{\partial \mathrm{z}} + \frac{\mathrm{v}_r \mathrm{v}_\phi}{r}\right) = -\frac{\rho}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 T_{r\phi}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial T_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial T_{\phi z}}{\partial z}$$

Dans le cas d'orbites circulaires, la seule composante non-nulle du tenseur des contraintes est:

$$T_{r\phi} = \rho \nu r \frac{d\Omega}{dr} \qquad \Omega \equiv \mathrm{v}_\phi / r$$

On intègre l'équation de conservation de la masse en ϕ et z:

$$\Sigma\left(\frac{\partial r\mathrm{v}_\phi}{\partial t} + \overline{\mathrm{v}}_r \frac{\partial r\mathrm{v}_\phi}{\partial \mathrm{r}}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^3 \Sigma \overline{\nu} \frac{d\Omega}{dr}\right)$$



Modèle 1D d'évolution du disque

La conservation de la quantité de mouvement (3D => 1D)

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\rho \nabla \Phi - \nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}$$

On projette sur la composante radiale:

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \phi} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{r}\right) = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r T_{rr}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial T_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} - \frac{T_{\phi\phi}}{r}$$

Au premier ordre:

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}$$

En négligeant gradient de pression et pour un potentiel central:

$$v_\phi^2 = \frac{GM}{r}$$

$$v_\phi = \sqrt{\frac{GM}{r}} \equiv \Omega_K r$$

Conclusion: le disque est ~ képlerien
(en fait, en général, il est légèrement sub-keplerien car dp/dr<0)

Modèle 1D d'évolution du disque

Structure radiale

Nos équations de la structure radiale se réduisent à:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (\Sigma r \mathrm{v}_r)}{\partial r} = 0 \qquad \text{avec} \qquad \mathrm{v}_r = -\frac{3}{\Sigma\sqrt{r}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\Sigma \nu \sqrt{r}\right)$$

Problème: quelle est la valeur de ν?

On ne sait pas; cependant des analyses dimensionnelles indiquent que:

$$\nu = \alpha c_s h \qquad \alpha = 0.001 \ldots 0.1$$

Viscosité alpha (Shakura & Sunyaev 1973)

Modèle 1D d'évolution du disque

Plus sur la viscosité alpha:

$$\nu = \alpha c_s h$$

On reprend les équations de la structure verticale du disque

$$h = \sqrt{\frac{kTr^3}{\mu m_p G M_*}} \equiv \frac{c_s}{\Omega_K}$$

D'où la viscosité:

$$\boxed{\nu = \alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K}}$$

Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Synthèse des équations de la structure radiale:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (\Sigma r \mathrm{v}_r)}{\partial r} = 0$$

$$\mathrm{v}_r = -\frac{3}{\Sigma\sqrt{r}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\Sigma \nu \sqrt{r}\right)$$

$$\nu = \alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K}$$

Si la structure en température est connue (c_s^2 (r)), ces équations peuvent être résolues

Si la température n'est pas connue a priori, il faut alors résoudre les équations ci-dessus ainsi qu'une équation de transport de l'énergie.

Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Supposons que c_s^2 suit une loi de puissance du rayon:

On cherche une solution de la densité sous la même forme:

$$c_s^2 \sim r^{-\xi}$$

$$\Sigma \sim r^{-\eta}$$

$$\nu \equiv \alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K} \sim r^{-\xi+3/2}$$

La vitesse radiale devient donc:

$$v_r \equiv -\frac{3}{\Sigma\sqrt{r}} \frac{\partial}{\partial r}\left(\Sigma \nu \sqrt{r}\right) = 3(\xi + \eta - 2)\frac{\nu}{r} \longrightarrow \boxed{v_r = -\frac{3}{2}\frac{\nu}{r}}$$

On cherche une solution stationnaire:

$$\frac{\partial(\Sigma r v_r)}{\partial r} = 0$$

ce qui implique:

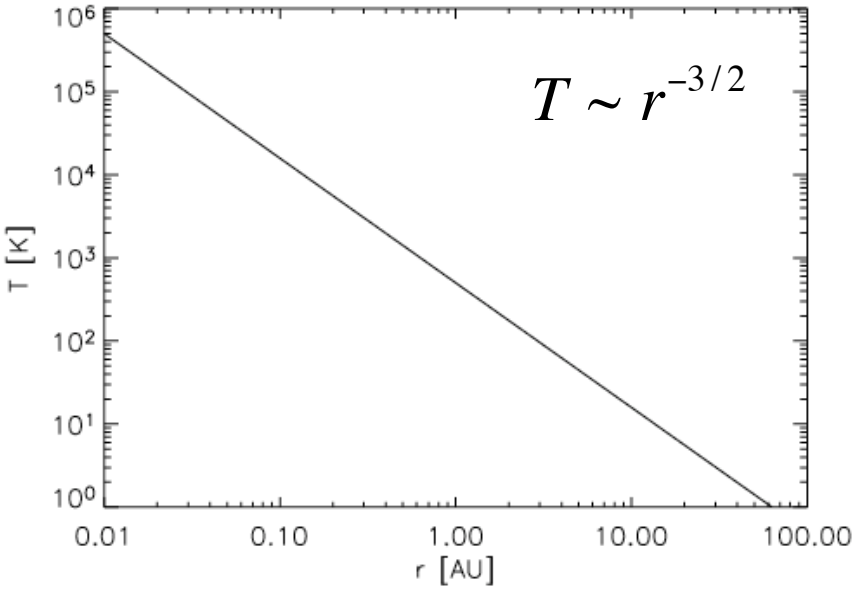
$$\boxed{\Sigma \sim r^{\xi-3/2}}$$

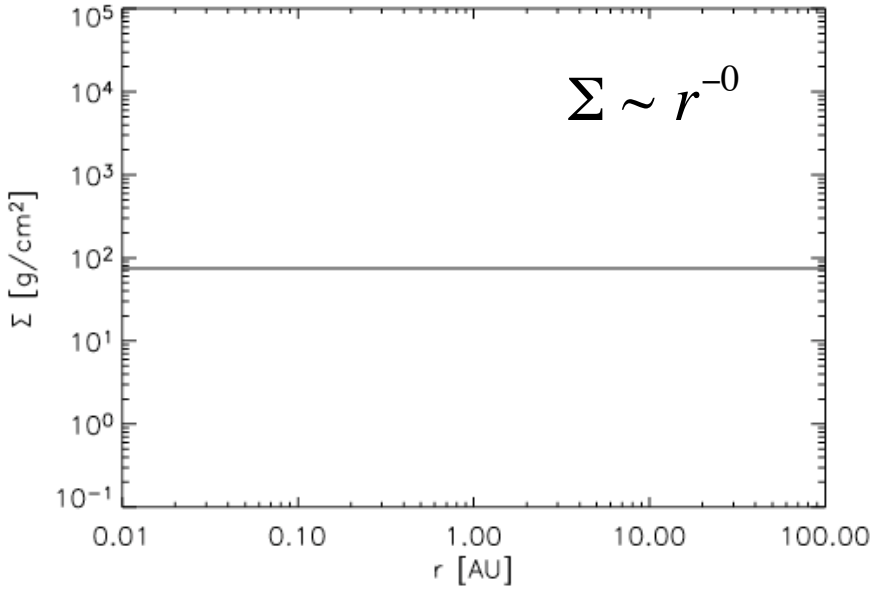
$$\eta = -\xi + 3/2$$

Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Exemples:

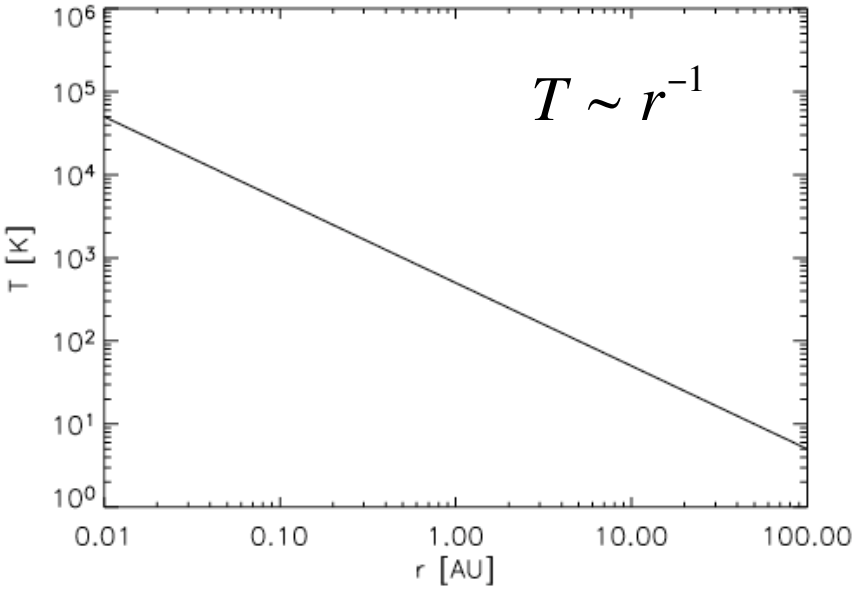


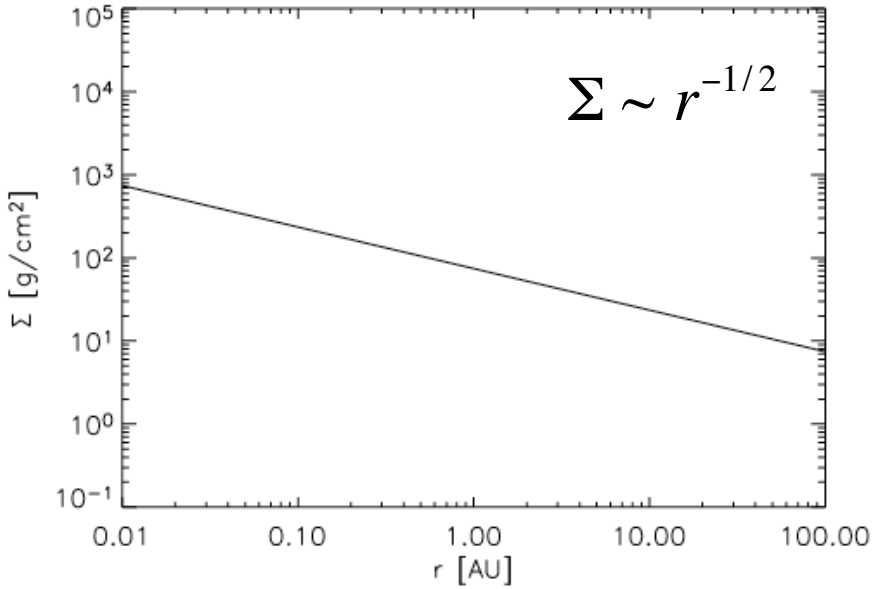


Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Exemples:

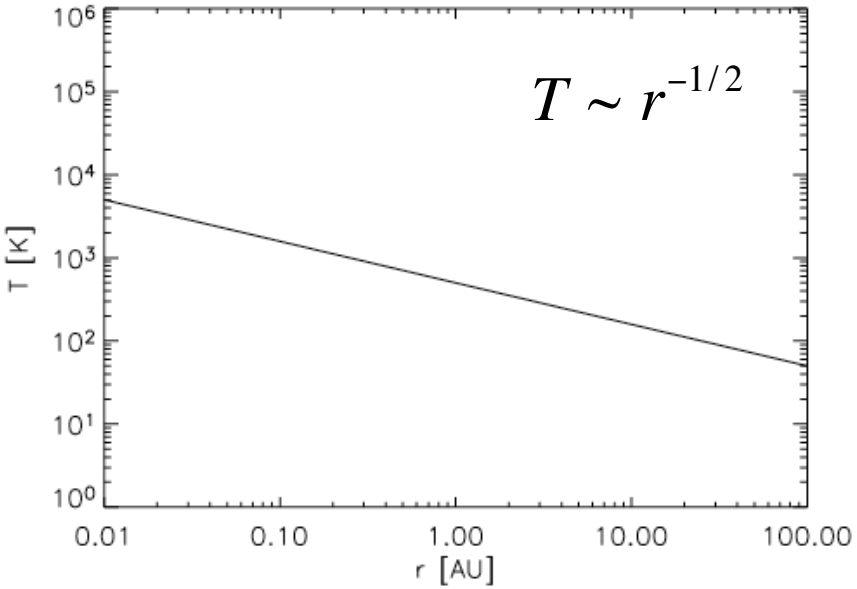


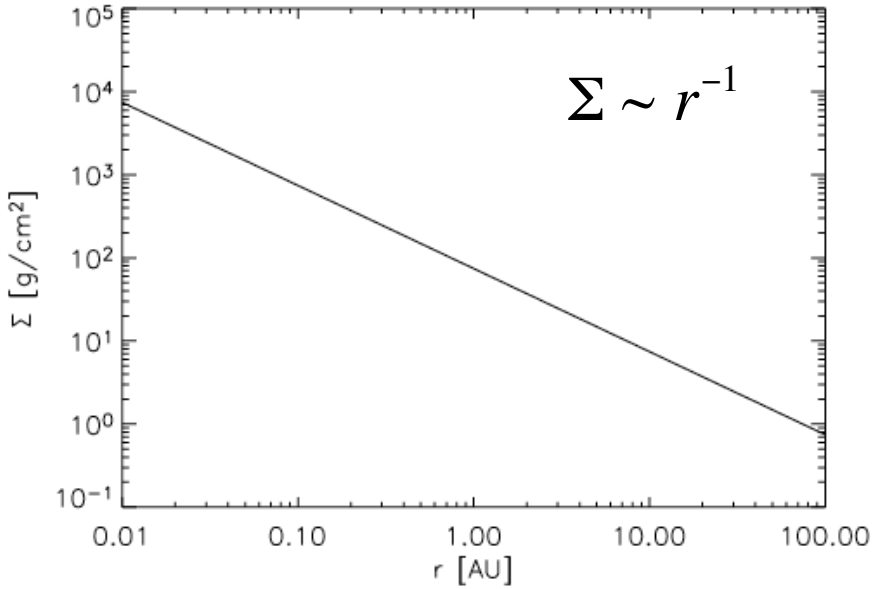


Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Exemples:

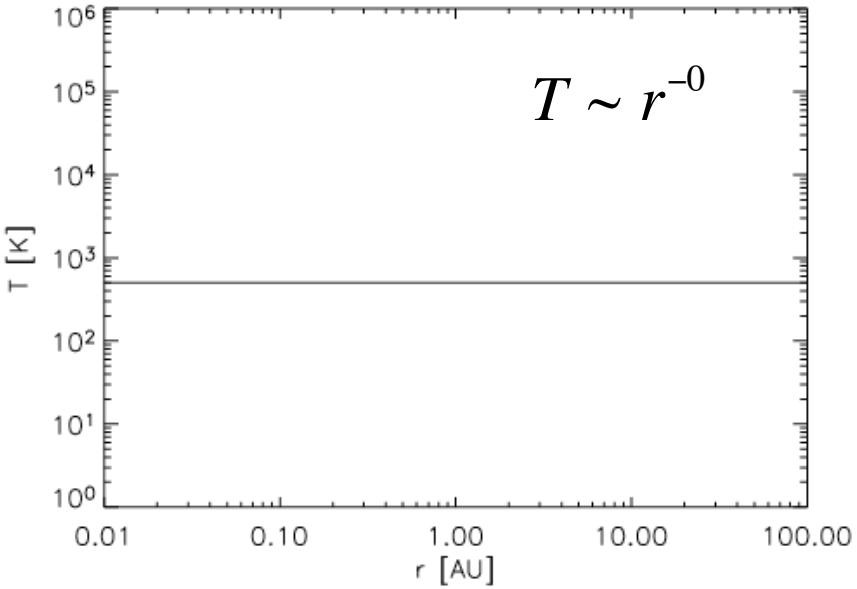


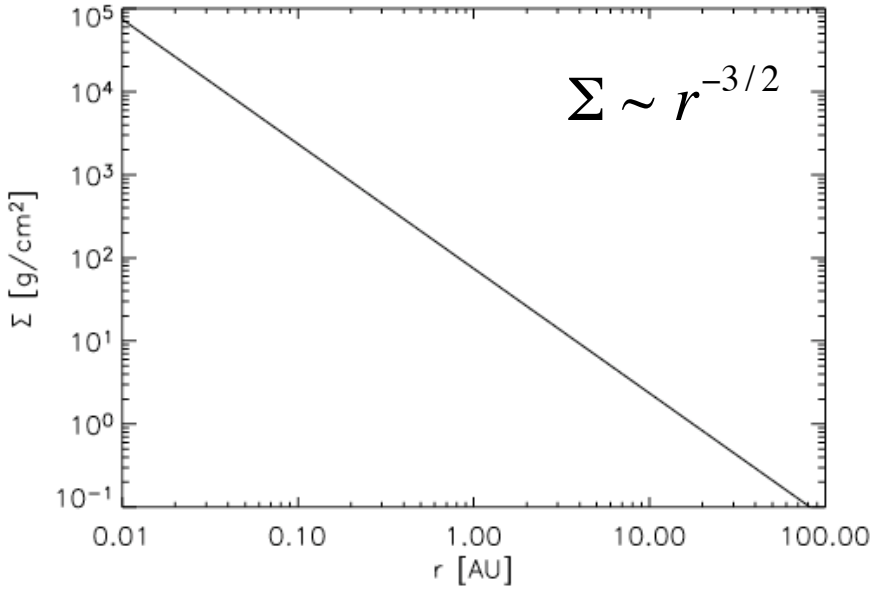


Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

Exemples:





Modèle 1D d'évolution du disque

D'après le cours de C. Dullemond

L'accrétion dans un modèle stationnaire

Le taux d'accrétion $\dot{M}$ corrrespond au flux radial de matière dans le disque:

$$\dot{M} = -2\pi r \mathrm{v}_r \Sigma$$

A l'aide des formules précédentes:

$$\mathrm{v}_\mathrm{r} = -\frac{3}{2}\frac{\nu}{r}$$

$$\nu \equiv \alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K}$$

$$\dot{M} = 3\pi\nu\Sigma$$

$$\dot{M} = 3\pi\alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K}\Sigma$$

On obtient finalement:

$$\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi\alpha}\frac{\Omega_K \mu m_p}{k T_{\mathrm{mid}}}$$

Modèle 1D d'évolution du disque

Conditions aux limites (interne):

La condition limite généralement utilisée est celle d'absence de couple visqueux au bord interne du disque:

Le couple visqueux s'écrit:

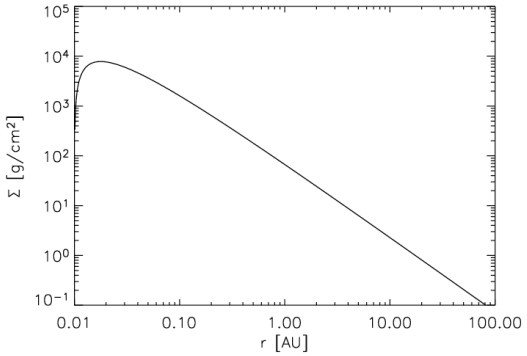
$$G \equiv -2\pi \bar{\nu}\bar{\Sigma} d\beta \int_0^{2\pi} \frac{d\Omega}{d\bar{r}} r^2 T_{r\phi} dz$$

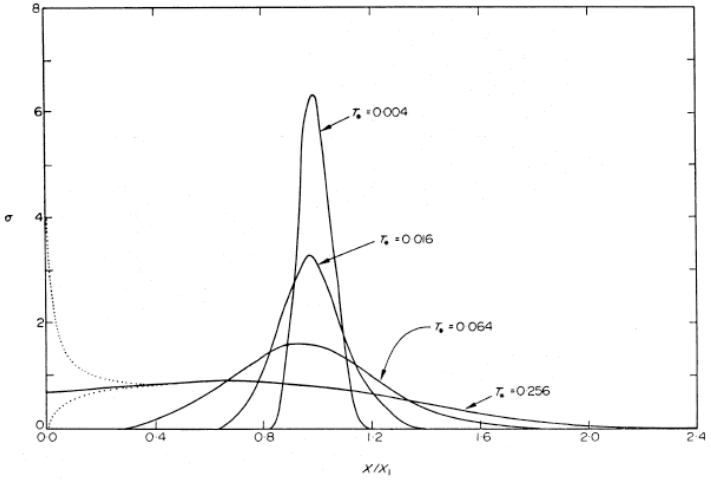
Donc, G=0 => ∑=0 pour $r=r_{in}$, d'où:

$$\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi\alpha} \frac{\Omega_K \mu m_p}{k T_{\text{mid}}} \left[1 - \left(\frac{r_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right]$$

Cependant, les équations ne sont plus valides lorsque la matière ne suit plus une orbite képlerienne => d'autres CL sont possibles.

Heureusement, l'évolution globale est peu dépendante du choix de la C.L.

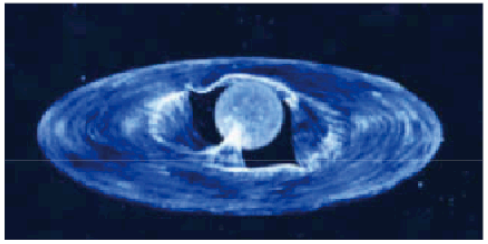




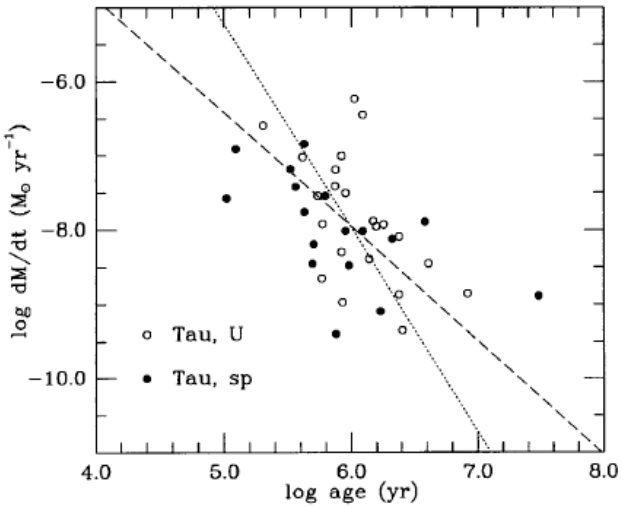
L'évolution du taux d'accrétion: observations & modèles (Hartmann et al. 1998)

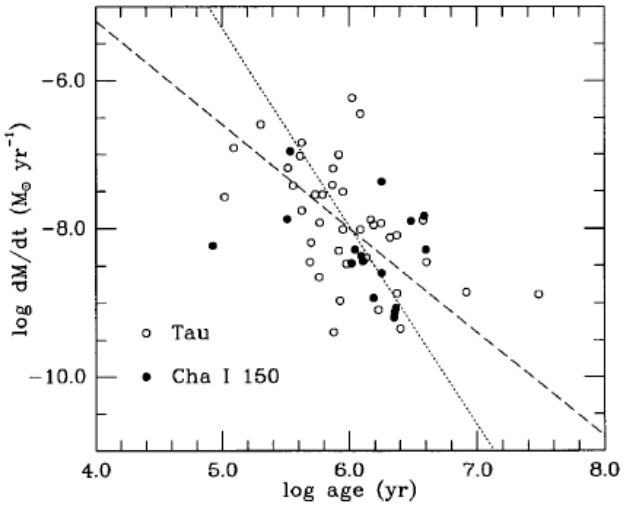
Observations d'étoiles T-Tauri

dM/dt est déduit de l'excès de luminosité en bande U



$$L_{\rm acc} = 0.8 \frac{GM_* \dot{M}}{R_*}$$





=> dM/dt diminue avec l'âge du système considéré

L'évolution du taux d'accrétion: observations & modèles (Hartmann et al. 1998)

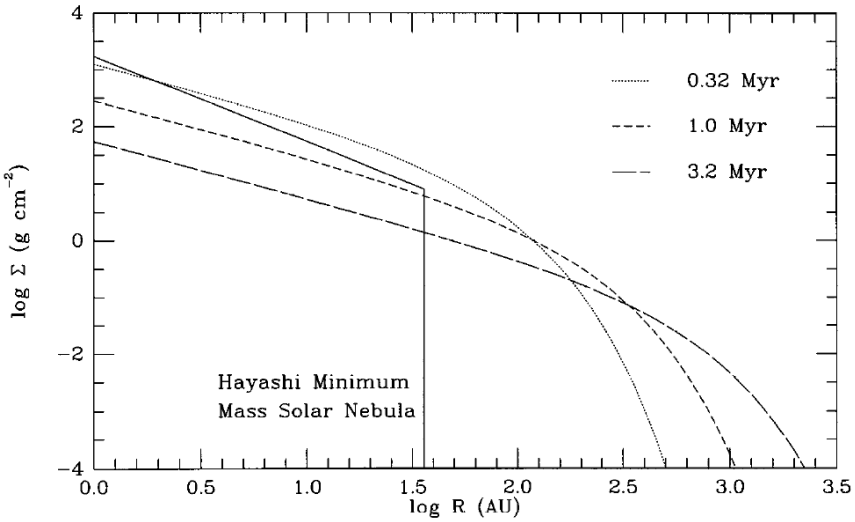
- **Modèle auto-similaire (Lynden-Bell & Pringle 1974):**

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left[R^{1/2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^{1/2} v \Sigma\right)\right]$$

$$v \propto R^{\gamma}$$

$$\Sigma = \frac{C}{3\pi v_1 r^{\gamma}} T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left[-\frac{r^{(2-\gamma)}}{T}\right]$$

$$r \equiv R/R_1\ , \quad v_1 \equiv v(R_1)\ ,$$
$$T = t/t_s + 1\ ,$$
$$t_s = \frac{1}{3(2-\gamma)^2}\frac{R_1^2}{v_1}\ .$$



$$\dot{M}(R,t) = C T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left(-\frac{r^{(2-\gamma)}}{T}\right)\left[1 - \frac{2(2-\gamma) r^{(2-\gamma)}}{T}\right]$$

$$\dot{M}/\Sigma = 3\pi v_1 r^{\gamma} = 3\pi \nu(r)$$

$$M_d(t) = M_d(0) T^{-1/[2(2-\gamma)]}$$

$$\dot{M}(t) \propto t^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \propto t^{-\eta}$$

L'évolution du taux d'accrétion: observations & modèles (Hartmann et al. 1998)

- **Modèle auto-similaire:** $v \propto R^{\gamma}$

$$\dot{M}(R,t) = CT^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left(-\frac{r^{(2-\gamma)}}{T}\right)\left[1 - \frac{2(2-\gamma)r^{(2-\gamma)}}{T}\right]$$

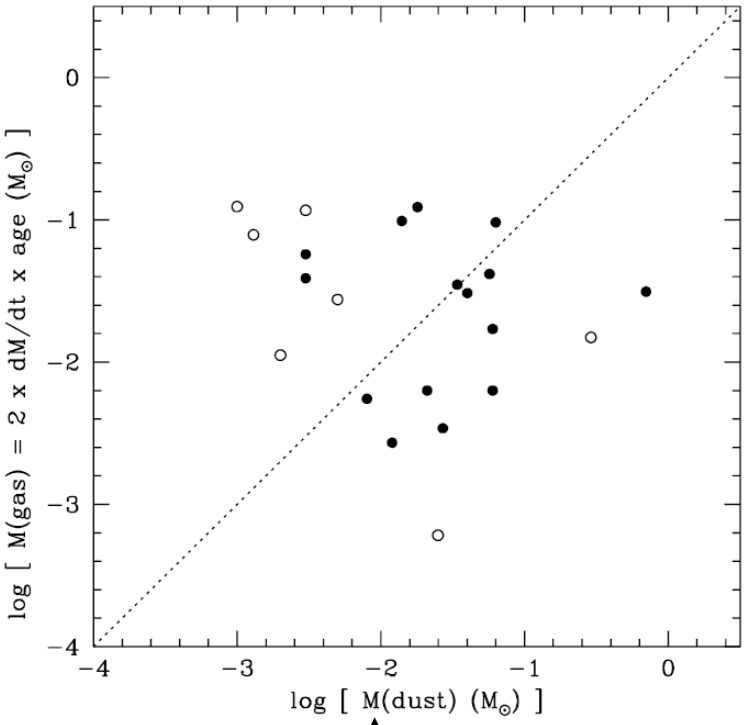
$$\dot{M}/\Sigma = 3\pi v_1 r^{\gamma} = 3\pi\nu(r)$$

$$M_d(t) = M_d(0)T^{-1/[2(2-\gamma)]}$$

$$\dot{M}(t) \propto t^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \propto t^{-\eta}$$

$$M_{\rm acc} = \frac{\dot{M}(t_0)t_0}{(\eta - 1)}$$

$$M_d \sim M_{\rm acc} \sim 2\dot{M}(t_0)t_0$$



$$F_\nu \propto \kappa_\nu T_d M_d \ln(R_d/r_1)(1 + \Delta)$$ ←(Observations en millimétrique)

L'évolution du taux d'accrétion: observations & modèles (Hartmann et al. 1998)

- **Modèle auto-similaire:** $v \propto R^{\gamma}$

$$\dot{M}(R,t) = CT^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left(-\frac{r^{(2-\gamma)}}{T}\right)\left[1-\frac{2(2-\gamma)r^{(2-\gamma)}}{T}\right]$$

$$\dot{M}/\Sigma = 3\pi v_1 r^{\gamma} = 3\pi\nu(r)$$

$$M_d(t) = M_d(0)T^{-1/[2(2-\gamma)]}$$

$$\dot{M}(t) \propto t^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \propto t^{-\eta}$$

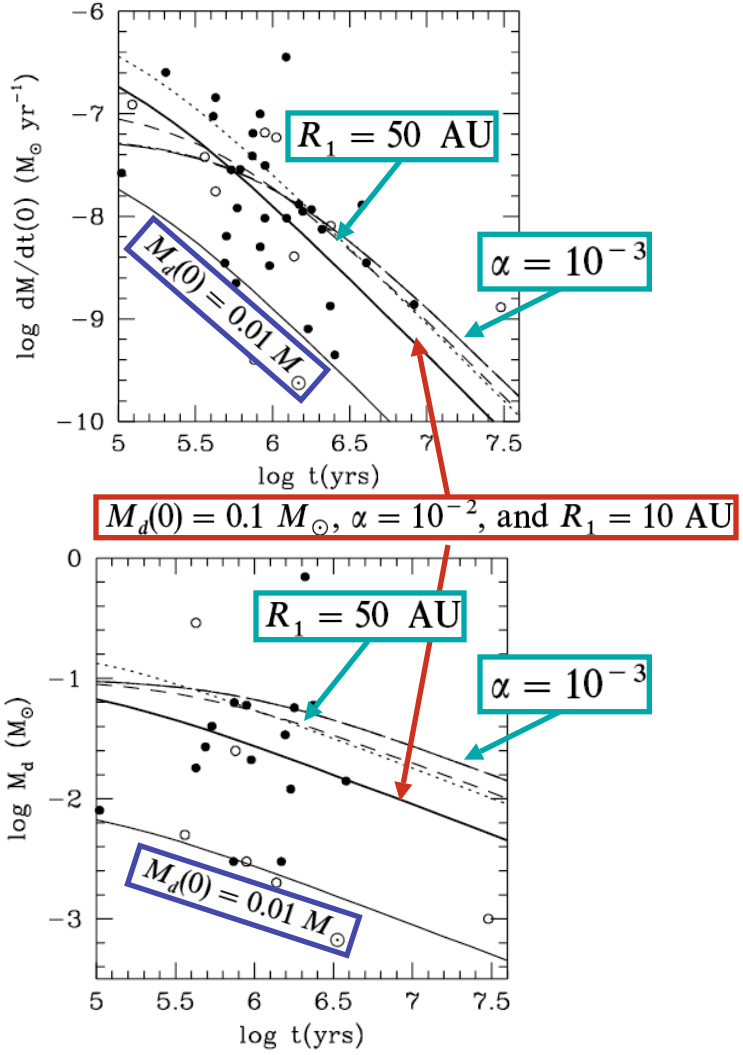
$$\nu = \alpha c_s H$$

$$\nu \propto \alpha T_d R^{3/2}$$

$$T_d \propto R^{-q}$$

$$\gamma = 3/2 - q \quad (\alpha = \text{constant})$$

$$q = \tfrac{1}{2} \qquad \gamma = 1$$



Quelle viscosité?

- **La viscosité moléculaire est trop faible de nombreux ordres de grandeur**
- **La recette de Shakuya & Sunyaev (1973):**

$$\nu = \alpha c_s H \sim \alpha c_s / \Omega$$

- **Quel est le processus responsable du transport de moment cinétique?**
  - Jets (cf. cours de Ferreira, Aussois 2004)
    - -> Seulement dans les régions internes
  - Instabilités gravitationnelles
    - -> Seulement lorsque Q<2 (e.g. travaux de Laughlin...)
  - Convection?
    - -> ne marche pas sous sa forme standard (Balbus...)
    - Cependant, des instabilités baroclines liées à un gradient d'entropie specifique sont possibles et peuvent transporter le moment cinétique dans la bonne direction (Klahr & Bodenheimer 2004)
  - Instabilités magneto-rotationnelles
    - Mécanisme prouvé par des simulations numériques directes (Balbus & Howley, Papaloizou...etc.)
    - Requiert un taux d'ionization minimum -> présence d'une "zone morte"?
  - Instabilités hydrodynamiques?
    - Possible sur la base d'expériences de laboratoire et d'arguments théoriques (hauts nombres de Reynolds) (Richard & Zahn, Longaretti, Dubrulle...)

Instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)

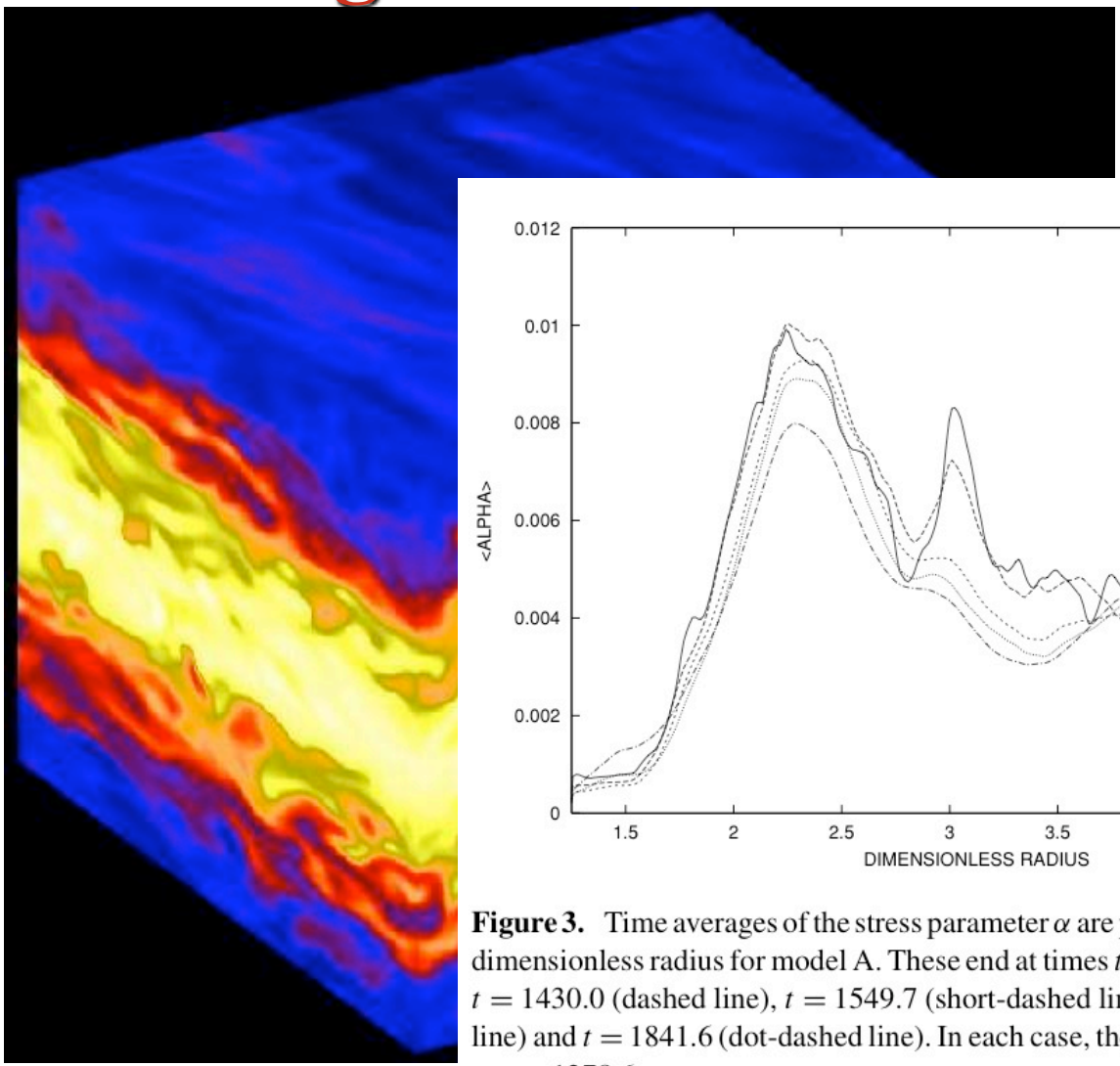


Figure 3. Time averages of the stress parameter α are plotted as a function of dimensionless radius for model A. These end at times $t = 1391.6$ (solid line), $t = 1430.0$ (dashed line), $t = 1549.7$ (short-dashed line) $t = 1646.4$ (dotted line) and $t = 1841.6$ (dot-dashed line). In each case, the time averaging starts at $t = 1378.6$.

Johansen & Klahr (2005); Brandenburg et al.

Bilan énergétique: le chauffage visqueux

D'après le cours de C. Dullemond

Strcture thermique?

La production de chaleur par friction:

$$Q_+ \equiv \Sigma\nu\left(r\frac{\partial\Omega_K}{\partial r}\right)^2 = \frac{9}{4}\Sigma\nu\frac{GM_*}{r^3}$$

Solution en loi de puissance:

$$\mathrm{v_r} = -\frac{3}{2}\frac{\nu}{r} \longrightarrow \nu = -\frac{2}{3}\mathrm{r v_r}$$

La production de chaleur par dissipation visqueuse devient:

$$Q_+ = -\frac{3}{4\pi}2\pi\Sigma r\mathrm{v_r}\frac{GM_*}{r^3}$$

Bilan énergétique: le chauffage visqueux

D'après le cours de C. Dullemond

Comment déterminer la température?

$$Q_+ = -\frac{3}{4\pi} 2\pi \Sigma r \mathrm{v}_\mathrm{r} \frac{GM_*}{r^3}$$

On utilise le taux d'accrétion, par définition:

$$\dot{M} \equiv -2\pi \Sigma r \, \mathrm{v}_r$$

Résultat net pour la production de chaleur par dissipation visqueuse:

$$\boxed{Q_+ = \frac{3}{4\pi} \dot{M} \Omega_K^2}$$

Bilan énergétique: le chauffage visqueux

D'après le cours de C. Dullemond

Comment déterminer la température?

Cette chaleur doit être rayonnée.

Le disque a deux cotés, chaqun est supposé rayonner comme un corps noir:

$$2\sigma T_{\rm eff}^4 = Q_+ = \frac{3}{4\pi}\dot{M}\,\Omega_K^2$$

On trouve:

$$T_{\rm eff} = \left(\frac{3}{8\pi\sigma}\dot{M}\,\Omega_K^2\right)^{1/4} \qquad \sim r^{-3/4}$$

Bilan énergétique: le chauffage visqueux

D'après le cours de C. Dullemond

Comment déterminer la température?

Est-ce-que ca y est? Presque... Ceci est juste la température de surface. La température du plan moyen dépend aussi de la profondeur optique (qu'on suppose >>1):

$$T_{\rm mid}^4 = \tau_{\rm Ross}\, T_{\rm eff}^4$$

La profondeur optique $\tau_{\rm Ross}$ est définie comme:

$$\tau_{\rm Ross} \equiv \tfrac{1}{2}\,\Sigma\,\kappa_{\rm Ross}$$

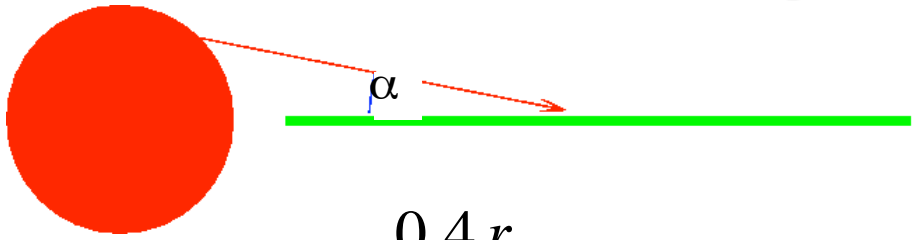
où $\kappa_{\rm Ross}$ est l'opacité de Rosseland.

On obtient finalement:

$$\boxed{T_{\rm mid} = \left(\frac{3\Sigma\kappa_{\rm Ross}}{16\pi\sigma}\,\dot{M}\,\Omega_K^2\right)^{1/4}}$$

Bilan énergétique: l'irradiation (disque mince)

D'après le cours de C. Dullemond



$$\alpha \cong \frac{0.4\, r_*}{r}$$

Flux d'irradiation:

$$F_{\rm irr} = \alpha \frac{L_*}{4\pi r^2}$$

Flux de refroidissement:

$$F_{\rm cool} = \sigma T^4$$

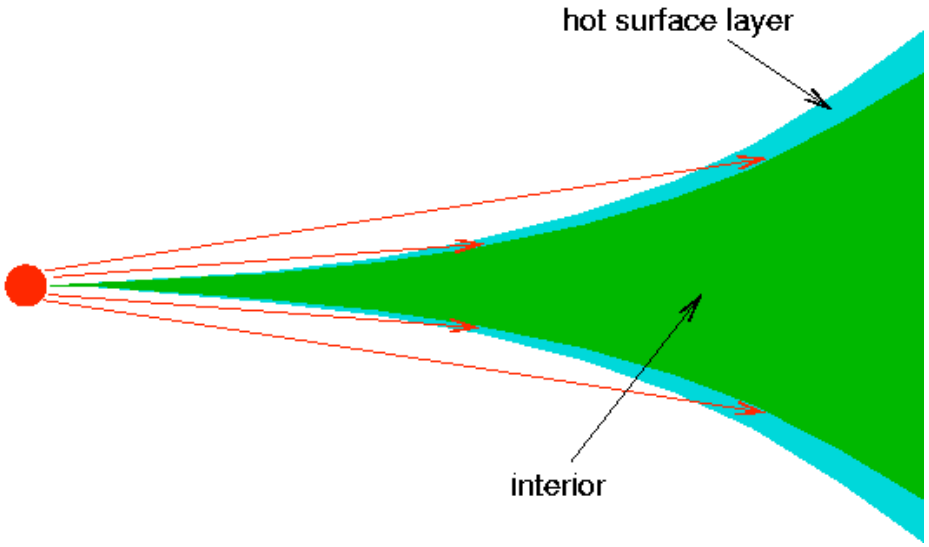
$$T = \left(\frac{0.4\, r_* L_*}{4\pi\sigma r^3} \right)^{1/4}$$

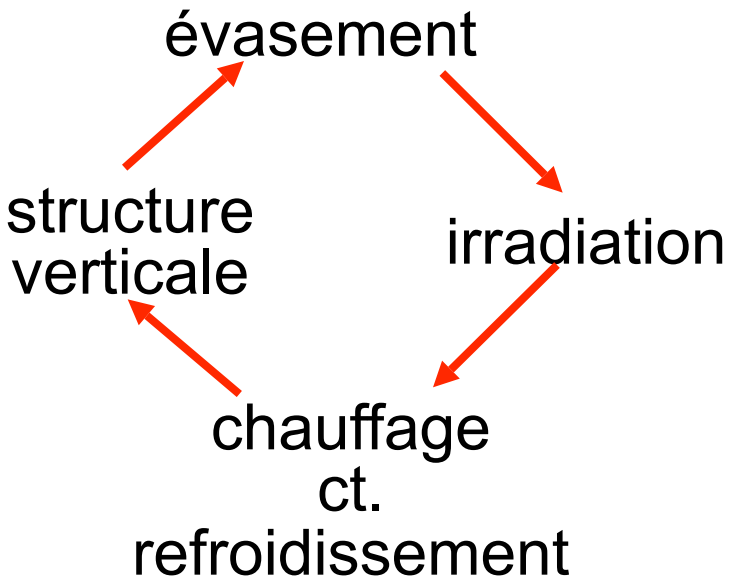
$$T \propto r^{-3/4}$$

Similaire à l'accrétion visqueuse (mais T fixée)

Bilan énergétique: l'irradiation (disque évasé)

D'après le cours de C. Dullemond



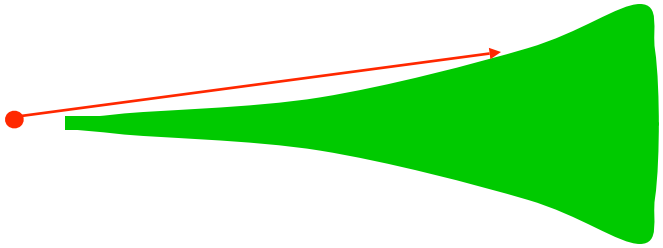


- Kenyon & Hartmann 1987
- Calvet et al. 1991; Malbet & Bertout 1991
- Bell et al. 1997;
- D'Alessio et al. 1998, 1999
- Chiang & Goldreich 1997, 1999; Lachaume et al. 2003

Bilan énergétique: l'irradiation (disque évasé)

D'après le cours de C. Dullemond

Angle d'évasement:



$$\alpha = r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{h_s}{r}\right) \rightarrow \xi\frac{h_s}{r}$$

Flux d'irradiation:

$$F_{\rm irr} = \alpha\frac{L_*}{4\pi r^2}$$

$$T^4 = \frac{\xi}{\sigma}\frac{h_s L_*}{4\pi r^3}$$

Flux de refroidissement:

$$F_{\rm cool} = \sigma T^4$$

On exprime la hauteur de la surface en fonction de l'échelle de hauteur de pression:

$$h_s = \chi h \qquad \chi = 1...6$$

Bilan énergétique: l'irradiation (disque évasé)

D'après le cours de C. Dullemond

$$T^4 = \frac{\xi}{\sigma}\frac{h_s L_*}{4\pi r^3} \qquad h_s = \chi h$$

$$T^4 = \frac{\xi}{\sigma}\frac{\chi h L_*}{4\pi r^3}$$

A partir de l'équation pour l'échelle de hauteur de pression:

$$h = \sqrt{\frac{kTr^3}{\mu m_p G M_*}} \qquad h^8 = \left(\frac{k}{\mu m_p G M_*}\right)^4 r^{12} T^4$$

On obtient:

$$h^7 = \left(\frac{k}{\mu m_p G M_*}\right)^4 r^9 \frac{\xi}{\sigma}\frac{\chi L_*}{4\pi}$$

Bilan énergétique: l'irradiation (disque évasé)

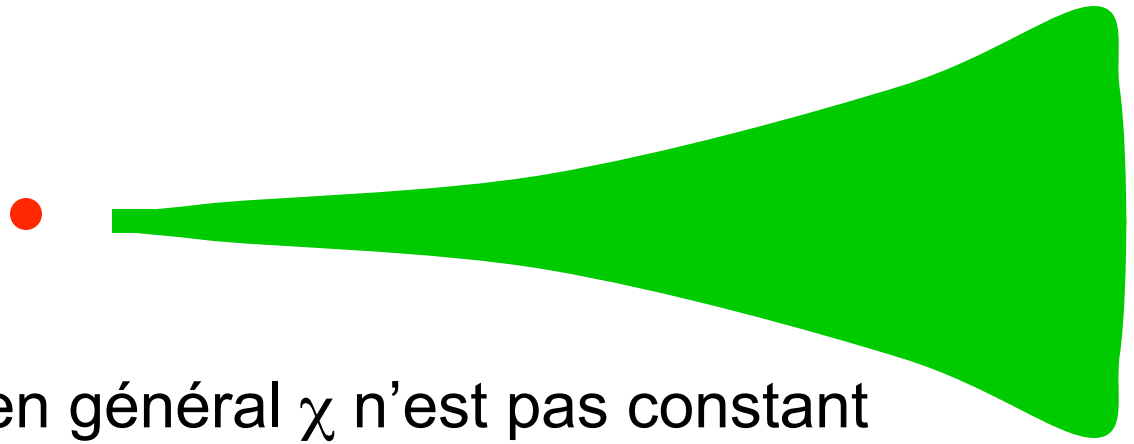
D'après le cours de C. Dullemond

$$h^7 = \left(\frac{k}{\mu m_p G M_*} \right)^4 r^9 \frac{\xi}{\sigma} \frac{\chi L_*}{4\pi}$$

D'où :

$$h = C^{1/7} r^{9/7} \qquad \text{with} \qquad C = \left(\frac{k}{\mu m_p G M_*} \right)^4 \frac{\xi}{\sigma} \frac{\chi L_*}{4\pi}$$

Géométrie:

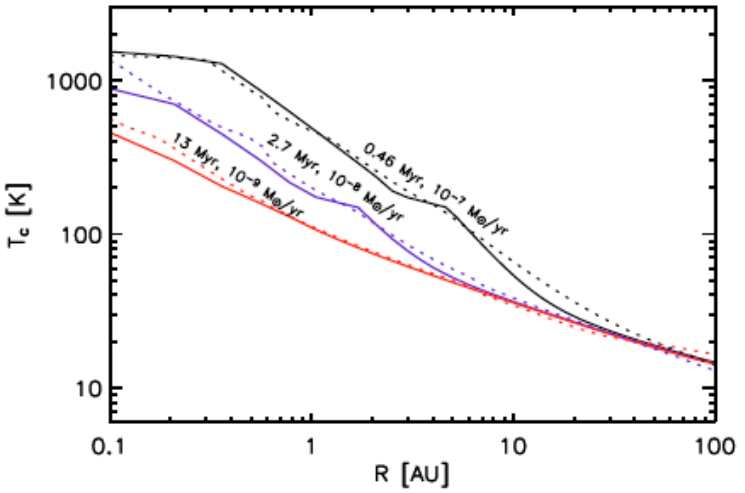


Remarque: en général χ n'est pas constant (décroît avec r). Typiquement l'évasement est <9/7

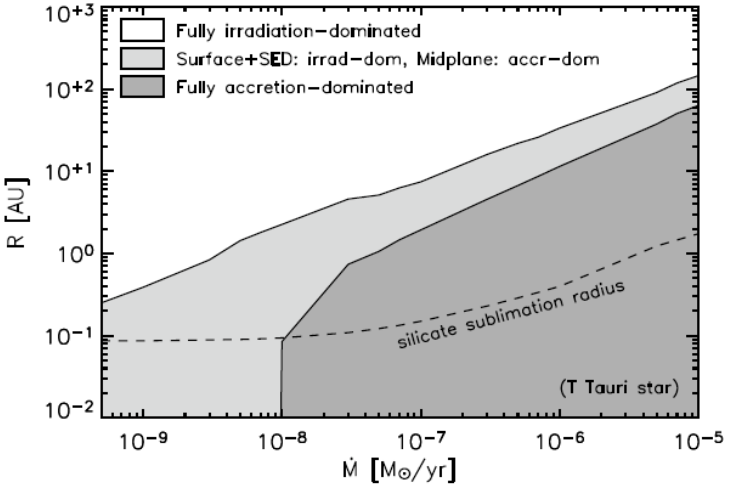
Structure thermique

- Température dans le plan moyen
- Obtenues à partir de modèles (1D) incluant le chauffage visqueux et l'irradiation
- On suppose des opacités basées sur une composition solaire

!! L'évasement peut être instable (=> zones d'ombre)

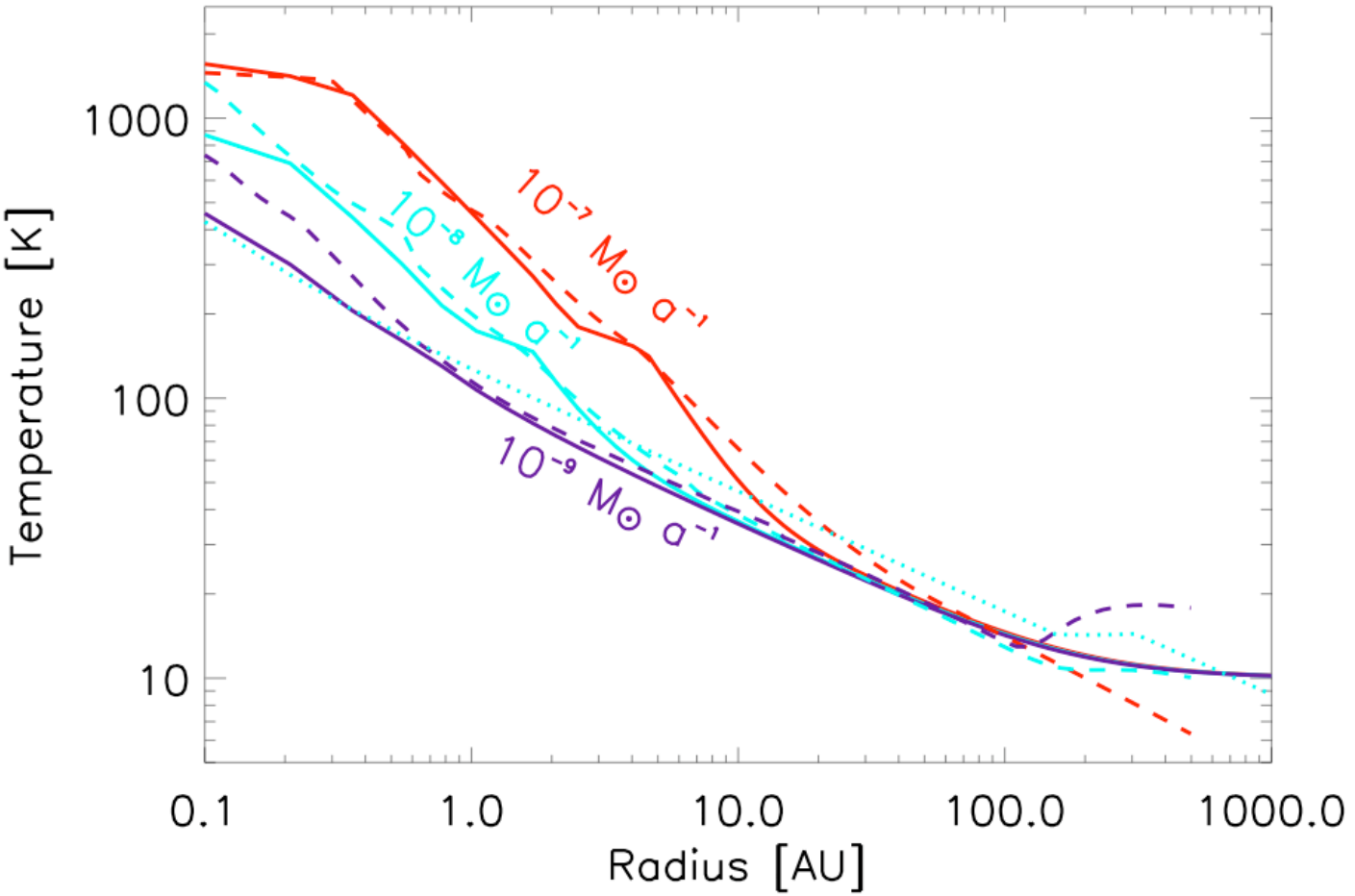


Hueso & Guillot (2005)



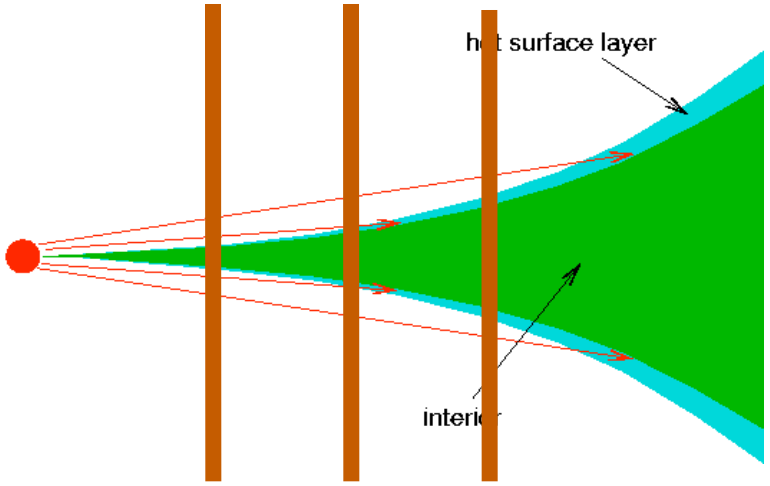
D'Alessio et al., Dullemond et al. (2005)

Structure thermique



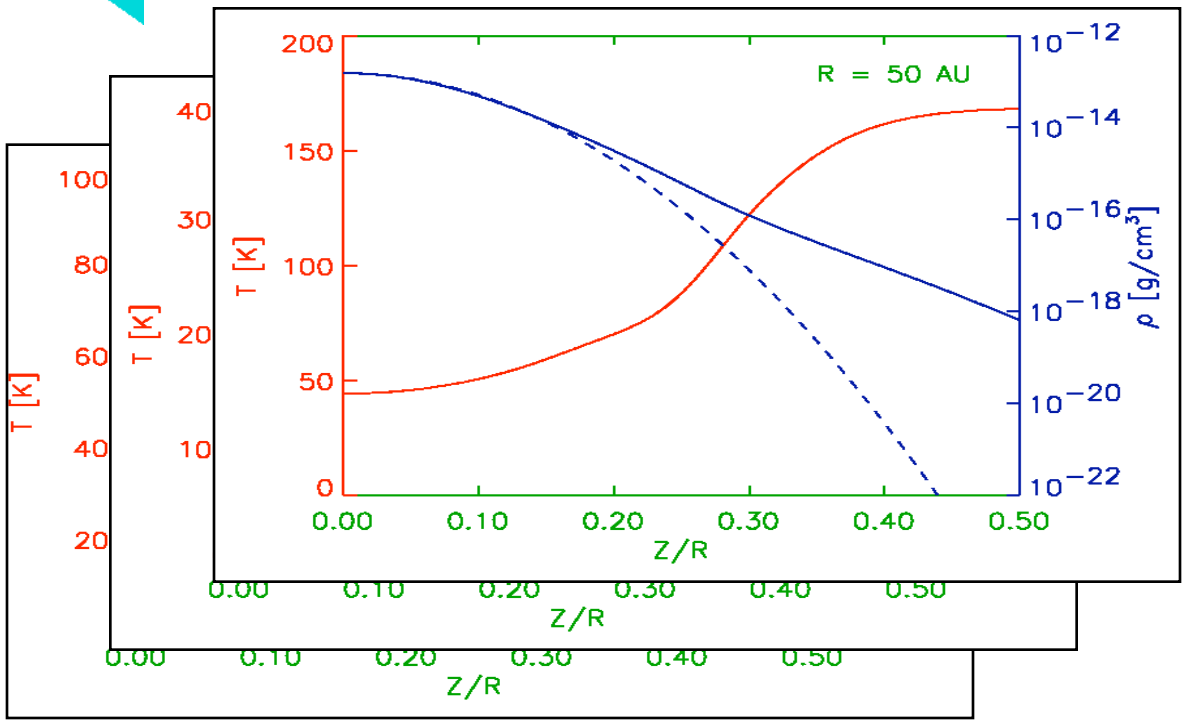
Hueso & Guillot (2005) [plein]
D'Alessio et al. (2001) [tirets]
Chiang & Goldreich (1997) [pointillés]

Structure thermique

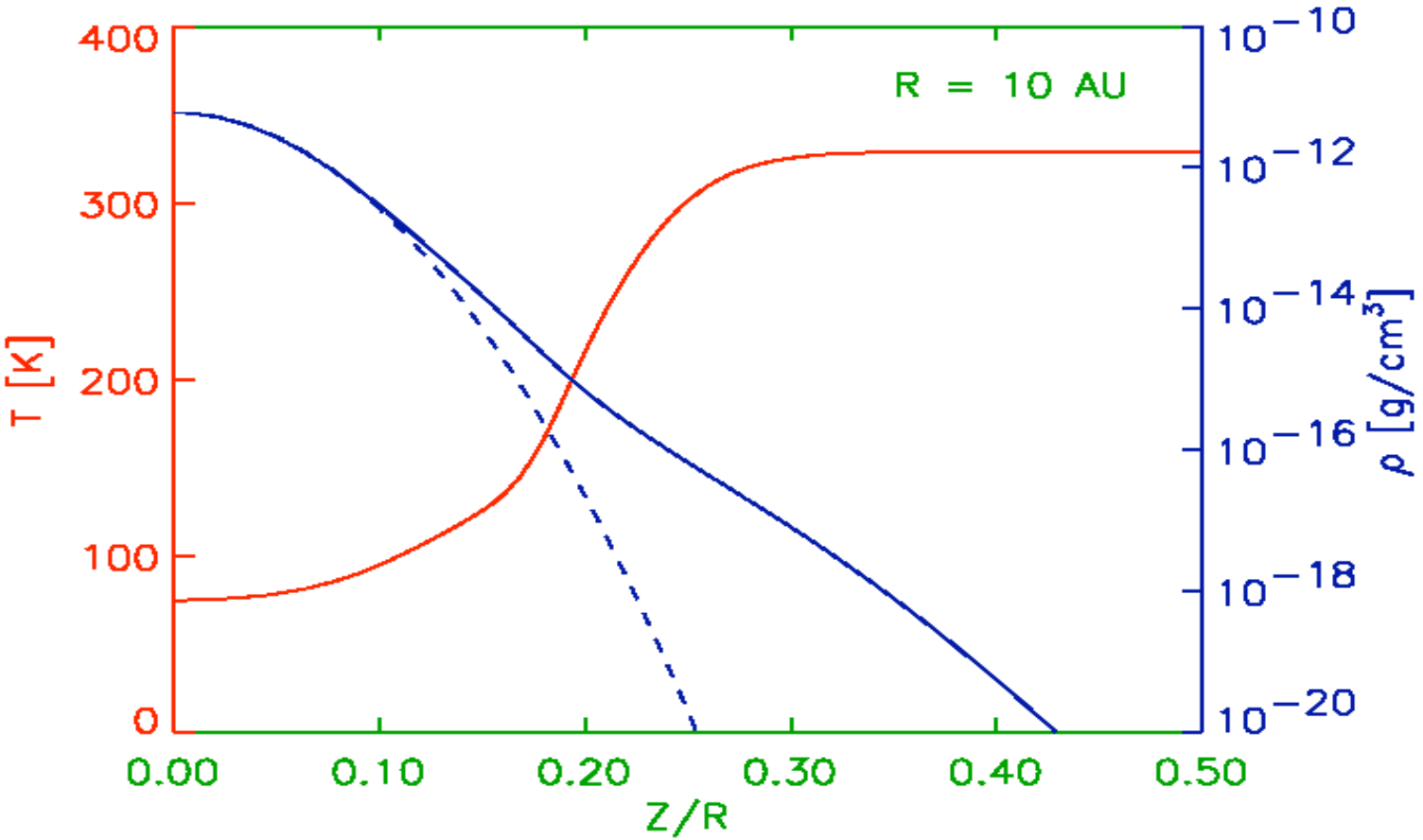


Modèle global...

... consiste en tranches verticales indépendantes les unes des autres

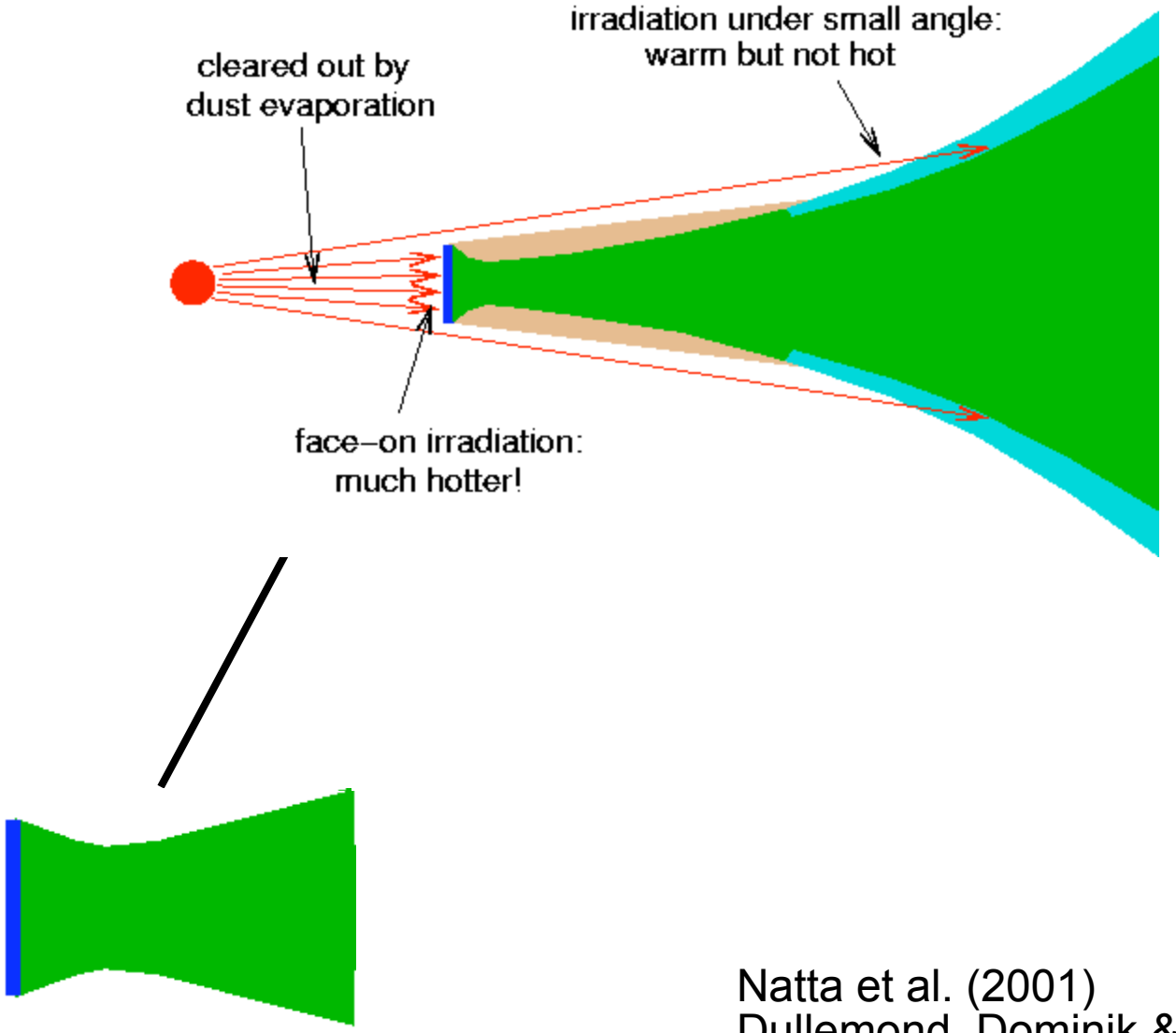


Structure thermique



Malbet & Bertout, 1991, ApJ 383, 814
D'Alessio et al. 1998, ApJ 500, 411
Dullemond, van Zadelhoff & Natta 2002, A&A 389, 464

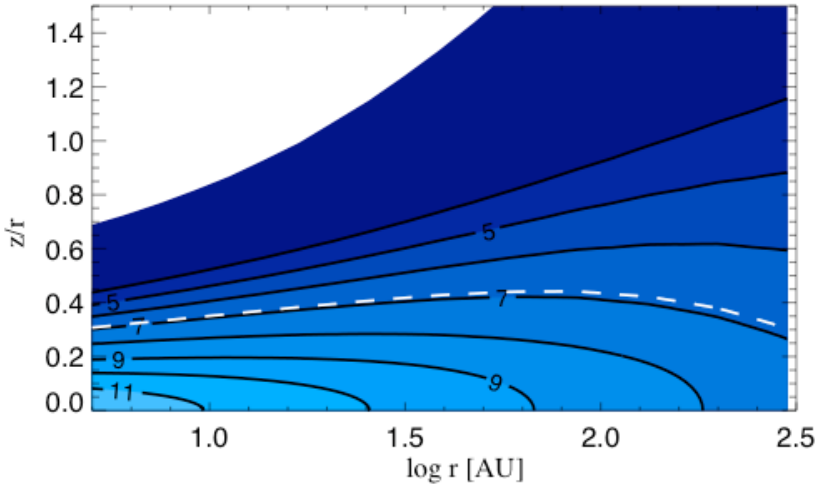
Structure thermique



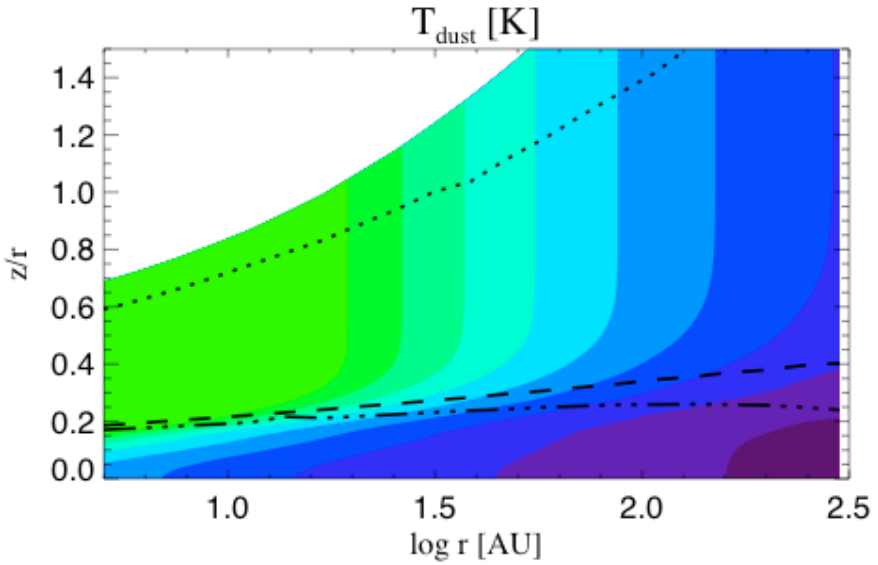
Natta et al. (2001)
Dullemond, Dominik & Natta (2001)

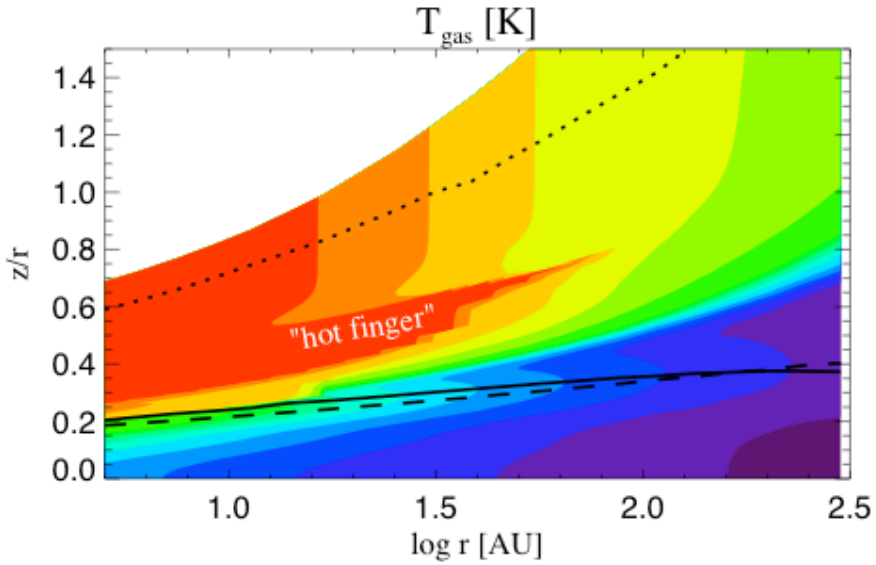
Structure thermique

Effets hors équilibre:



Kamp & Dullemond (2004)

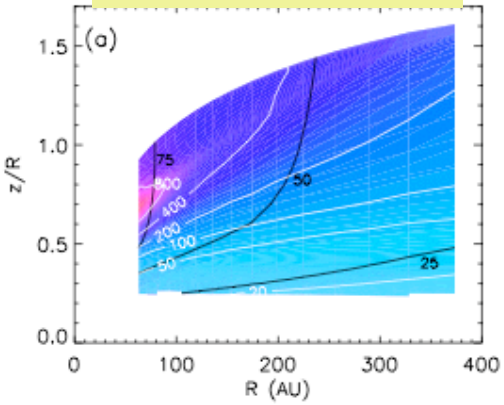


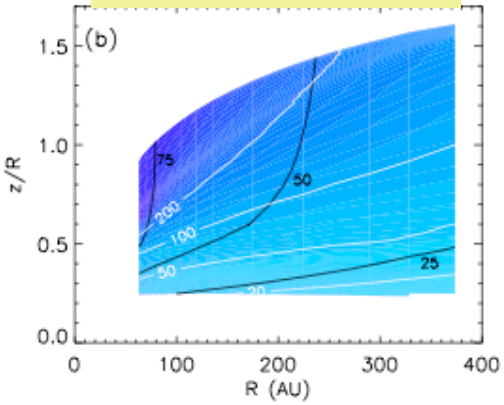


Poussière mélangée

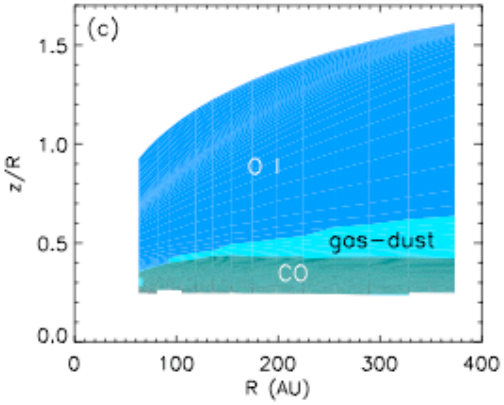
Avec sédimentation

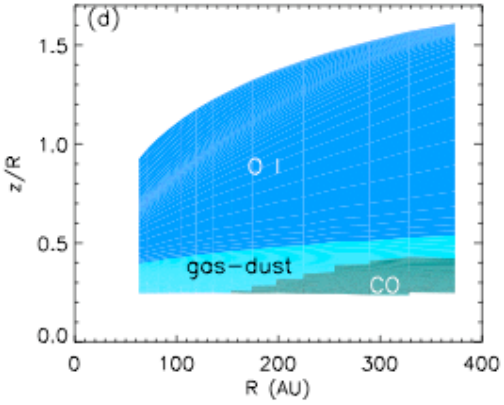
Températures



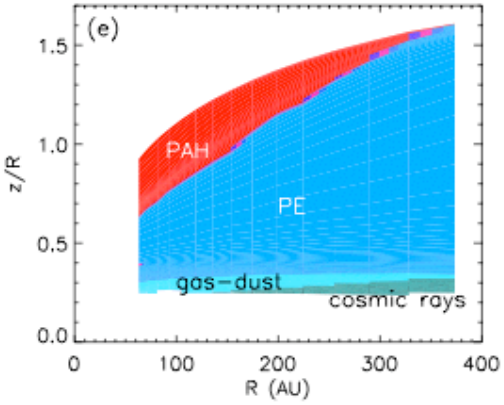


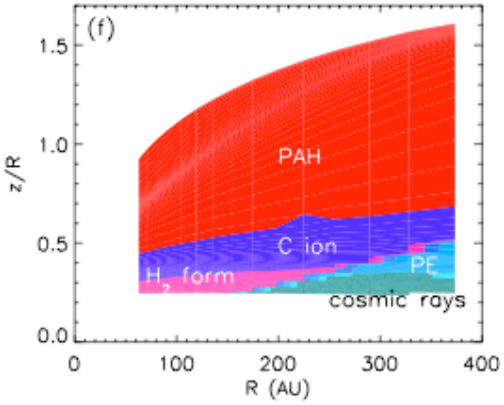
Chauffage





Refroidissement



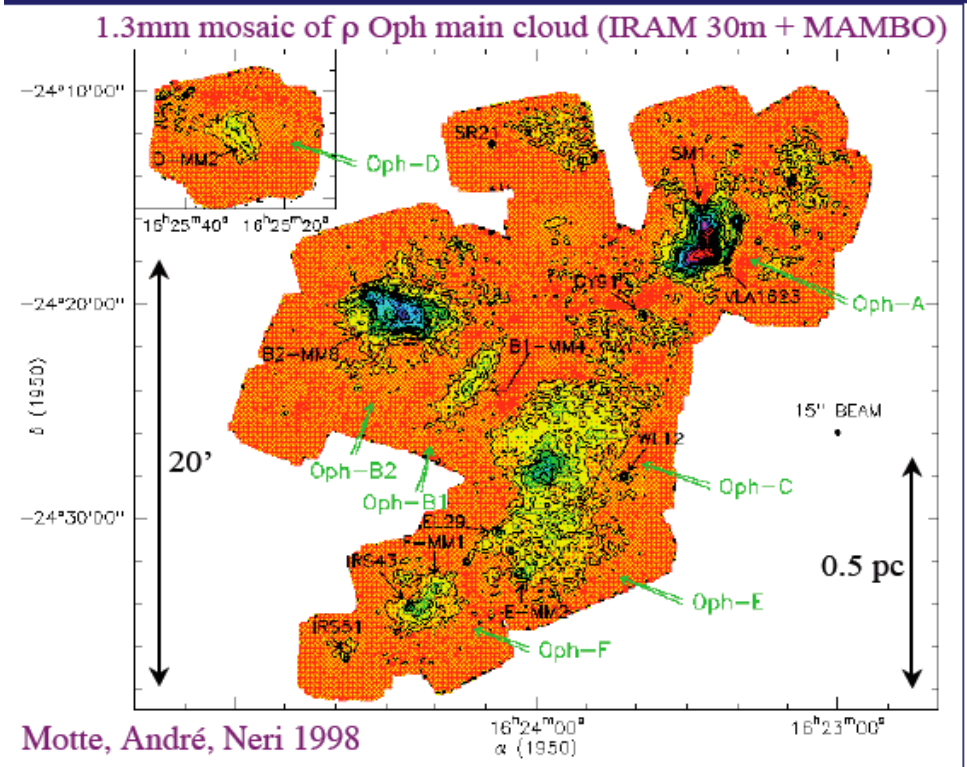


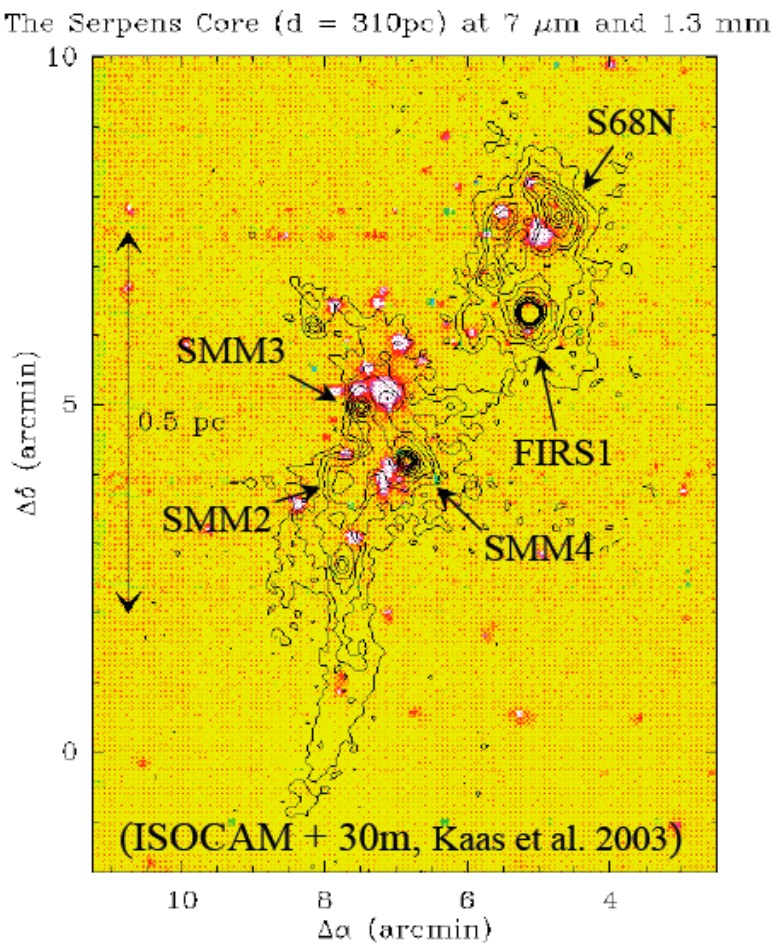
Jonkheid et al. 2004

Plan

- 1) Les briques élémentaires
  - Rotation keplerienne, conservation du moment cinétique, diffusion turbulente et équation d'évolution
  - Le transport du moment cinétique: instabilités magnétorotationnelle, hydrodynamique, gravitationnelles
  - Bilan énergétique: dissipation visqueuse & chauffage stellaire
- 2) Petite histoire des disques protoplanétaires
  - L'effondrement d'un nuage moléculaire
  - L'évolution visqueuse: l'accrétion stellaire et l'étalement du disque
  - La fin de vie du disque de gaz: évaporation et effets de marée
- 3) Applications
  - Structure thermique des disques: influence sur la chimie des grains
  - Zones de formation planétaire: évolution de la ligne de glace
  - La formation du Système Solaire: un scénario d'évaporation modérée

Recensements de proto-étoiles de «Classe 0» et condensations «pré-stellaires» en continuum (sub)-millimétrique





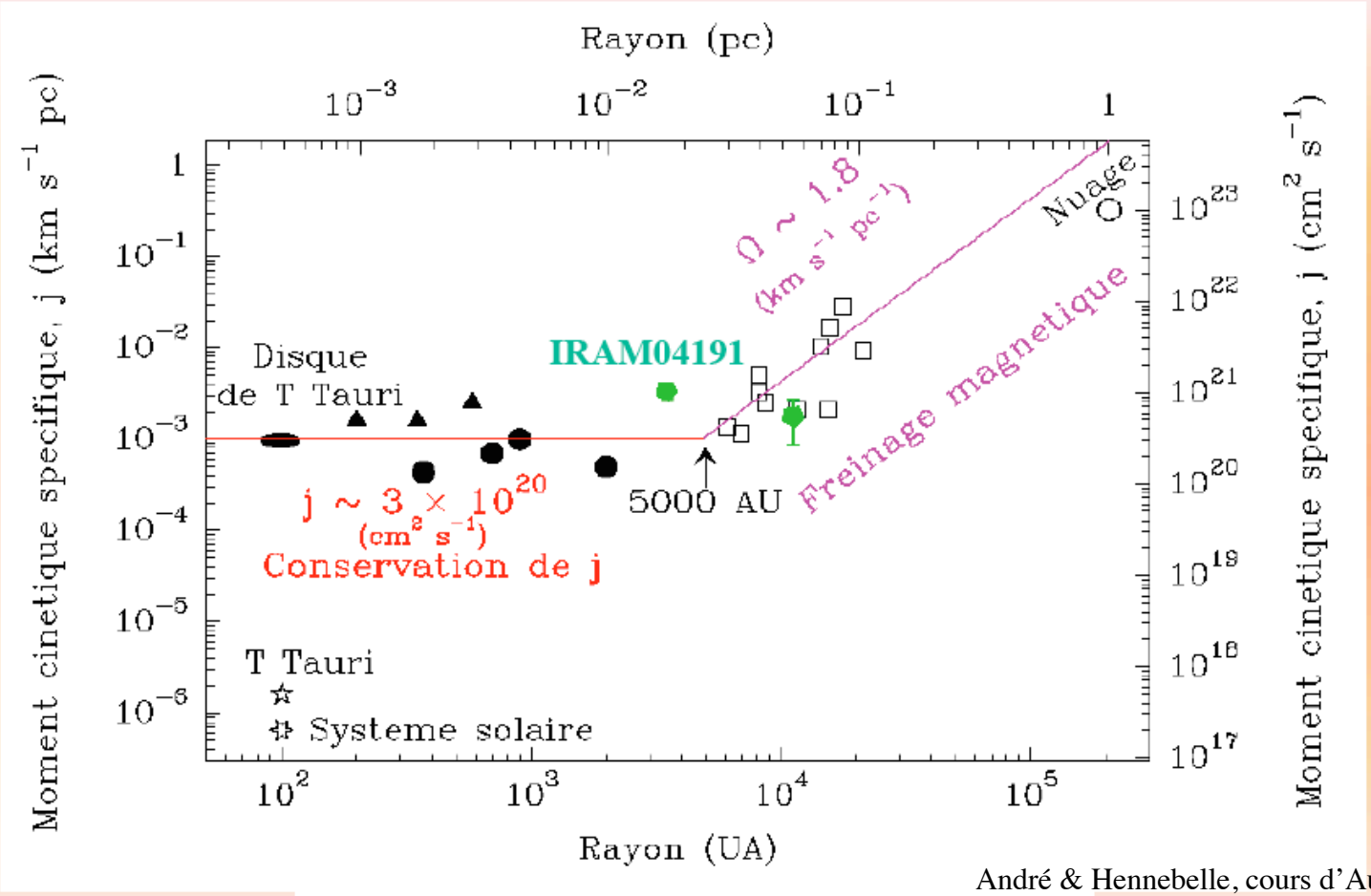
Statistique :

	Préstellaire	/	Classe 0	/	Classe I	/	Classe II
ρOph :	0.52	/	0.02	/	0.13	/	1
Serpent :	0.46	/	0.09	/	0.36	/	1

Durée de vie de la Classe II ~ 10^6 ans

André & Hennebelle, cours d'Aussois 2004

Evolution du moment cinétique au cours du processus de formation stellaire



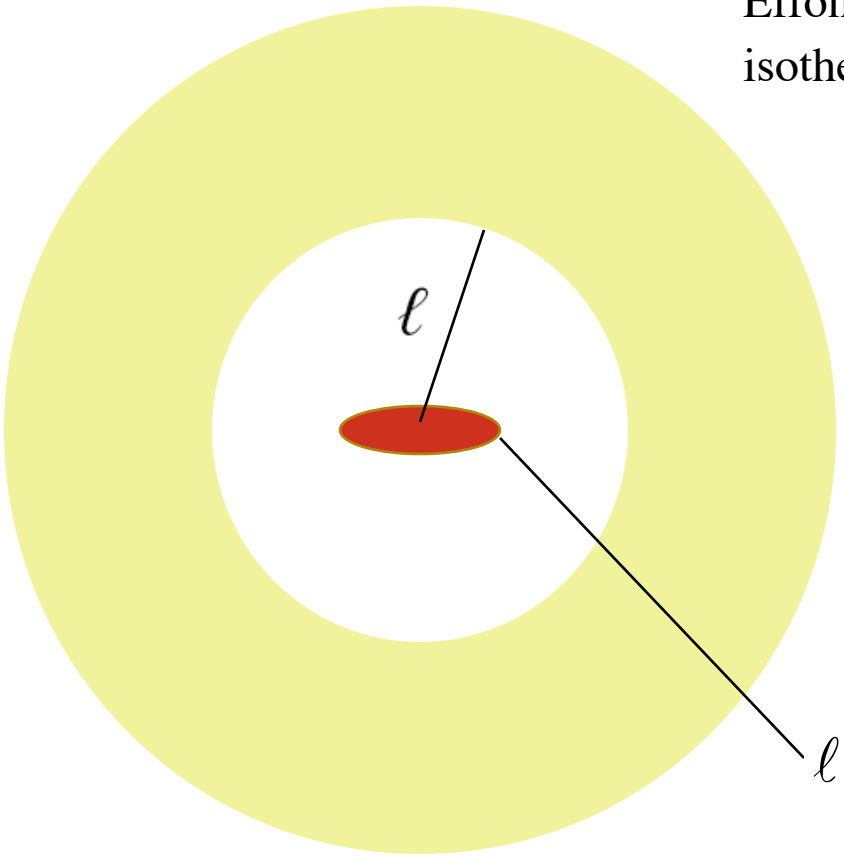
André & Hennebelle, cours d'Aussois 2004

Ohashi et al. (1997) - Belloche et al. (2002)

La formation d'un disque

D'après Richling & Yorke (2000)

La formation d'un disque (très simplifiée!)



Effondrement d'un nuage moléculaire isotherme, en rotation uniforme (Shu 1977)

$$\omega(\ell) = \omega_{\rm cd}$$

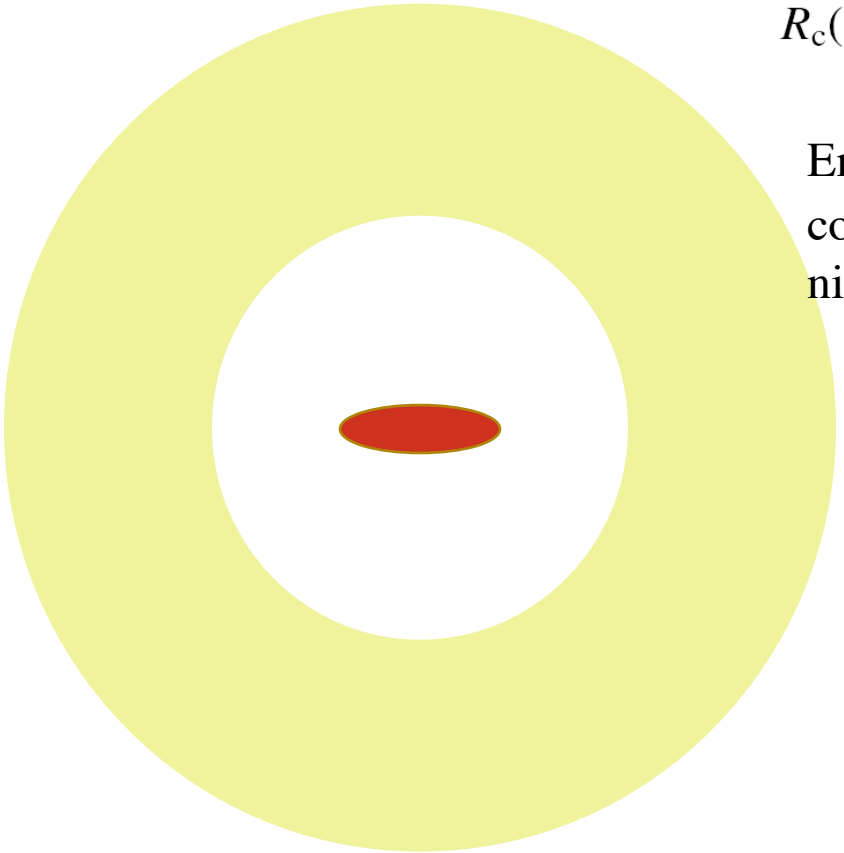
$$\dot{M} = 0.975\frac{c_{\rm s}^3}{G}$$

$$\ell = c_{\rm s}t/2$$

$$\ell^2\omega = \sqrt{GMR}$$

$$R_{\rm c}(t) \simeq 53\left(\frac{\omega_{\rm cd}}{10^{-14}\ {\rm s}^{-1}}\right)^2\left(\frac{T_{\rm cd}}{10\ {\rm K}}\right)^{-4}\left(\frac{M(t)}{1\ M_\odot}\right)^3\ {\rm AU}$$

La formation d'un disque (très simplifiée!)



$$R_c(t) \simeq 53 \left(\frac{\omega_{cd}}{10^{-14}\ \mathrm{s}^{-1}}\right)^2 \left(\frac{T_{cd}}{10\ \mathrm{K}}\right)^{-4} \left(\frac{M(t)}{1\ M_\odot}\right)^3 \mathrm{AU}$$

En supposant que le moment cinétique est conservé lors de l'effondrement jusqu'au niveau de la formation du disque:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\nu\Sigma\sqrt{r}\right]\right) + S(r,t)$$

$$S(r,t) = \frac{\dot{M}}{\pi R_c^2}\frac{1}{8}\left(\frac{r}{R_c}\right)^{-3/2}\left[1-\left(\frac{r}{R_c}\right)^{1/2}\right]^{-1/2}$$

Formation et évolution d'un disque (1D)

Paramètres

$a = 0.005$

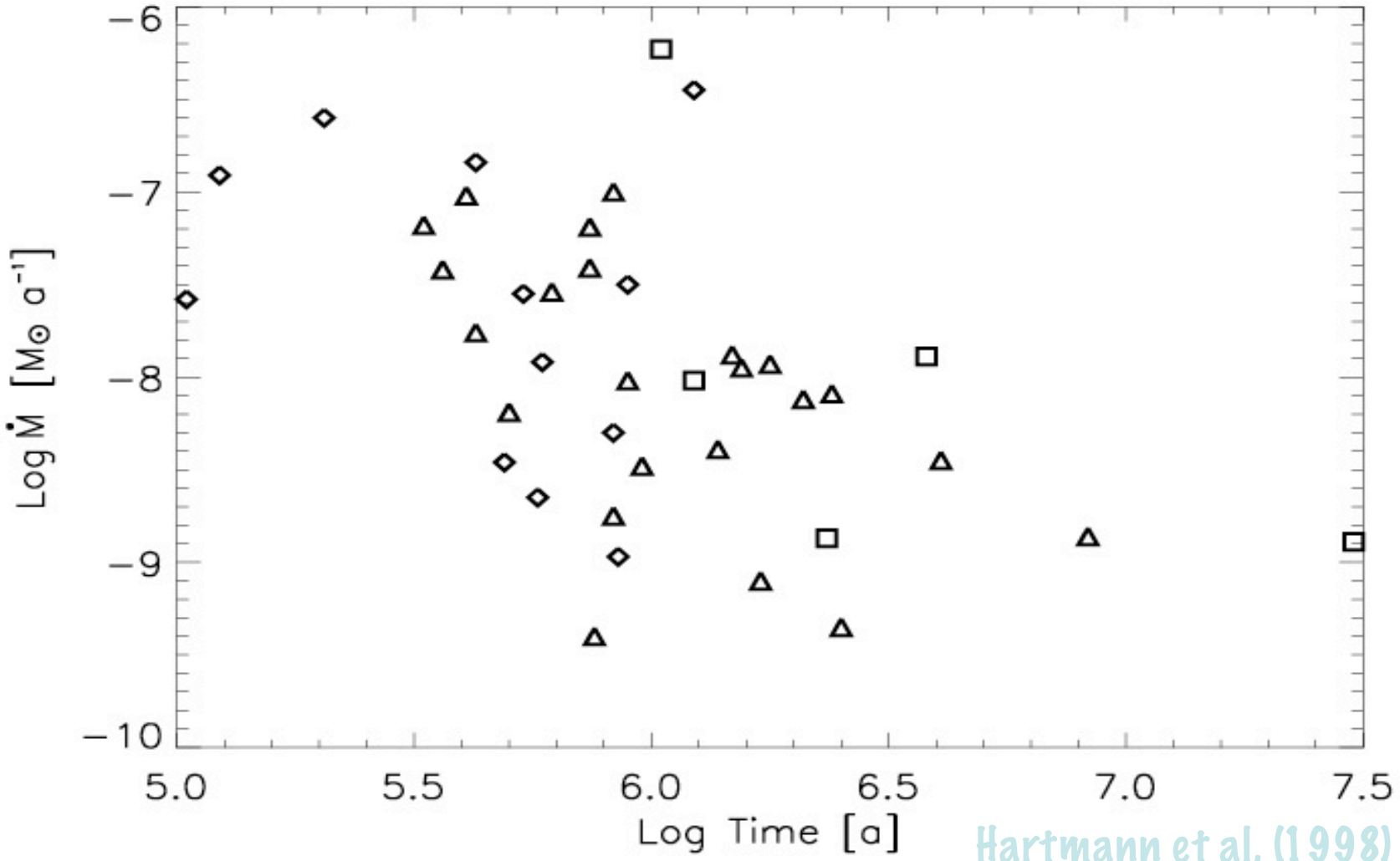
$w_{cd} = 3\ 10^{-14}\ s^{-1}$

$T_{cd} = 10\ K$

$M_0 = 0.3\ M_\odot$

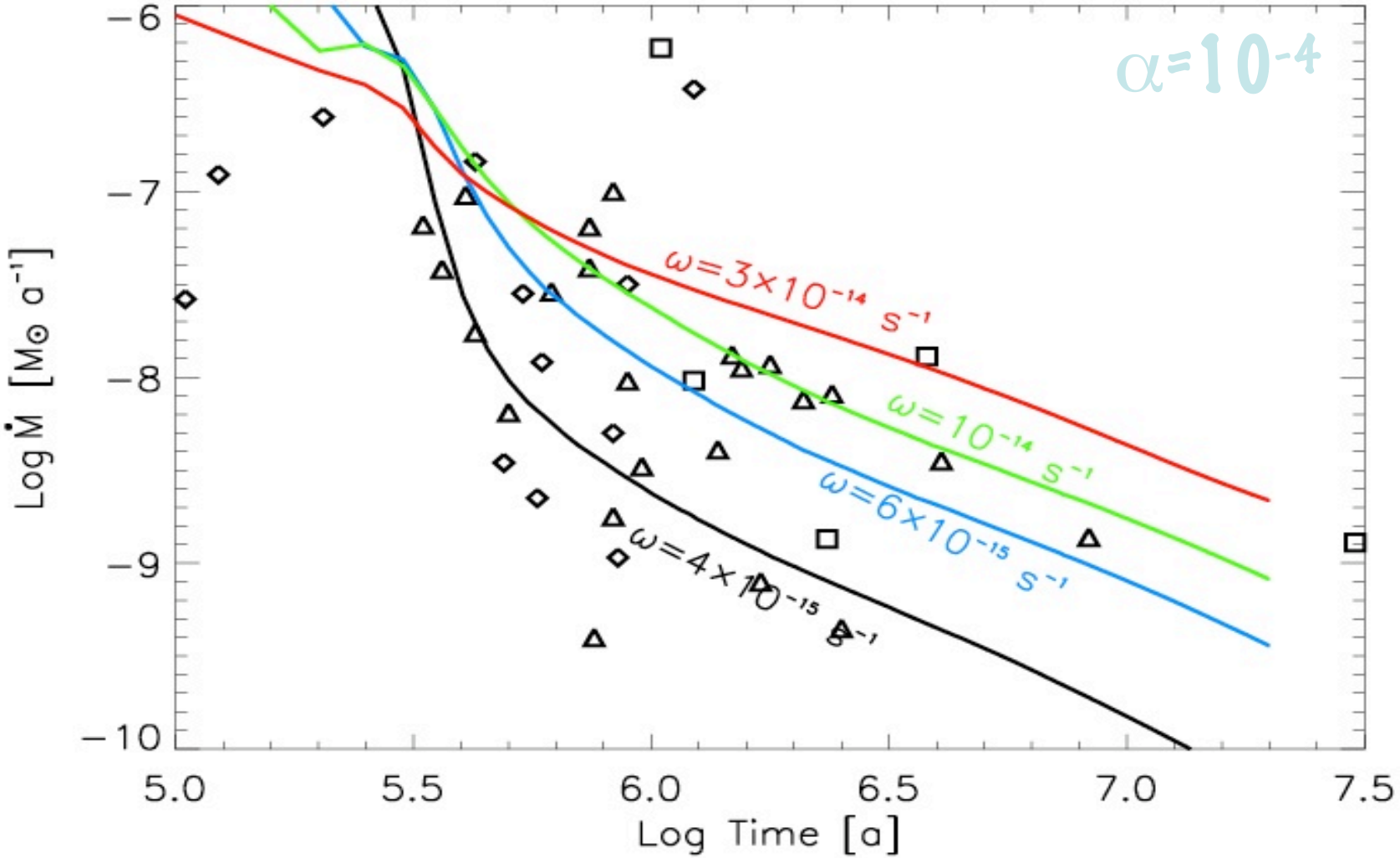
Hueso & Guillot (2005)

Taux d'accrétion observés et valeurs de α

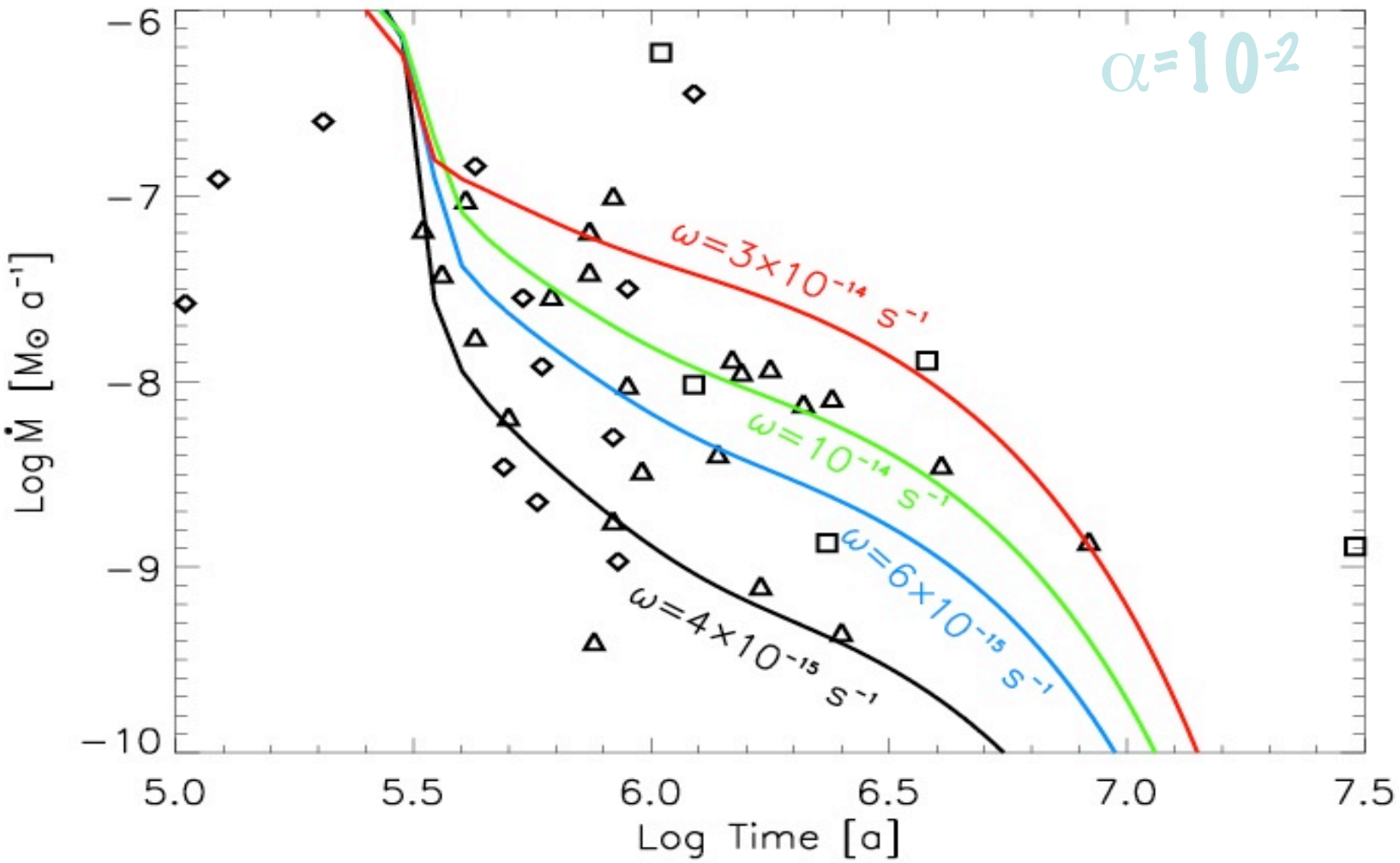


Hartmann et al. (1998)

Taux d'accrétion observés et valeurs de α



Taux d'accrétion observés et valeurs de α



Corrélation taux d'accrétion / masse de l'étoile

Observation:

$$\dot{M}_{\rm accr} \propto M^2$$

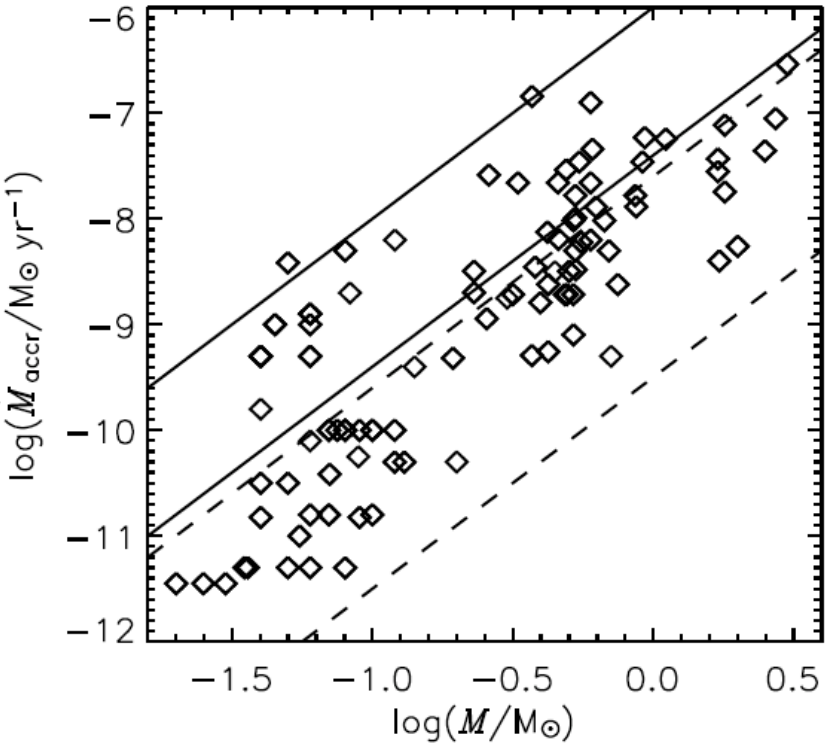
Padoan et al. (2005): Les étoiles continuent à accréter du gaz moléculaire au taux définit par Bondi-Hoyle:

$$\dot{M}_{\rm BH} = \frac{4\pi G^2 \rho_\infty}{(c_\infty^2 + v_\infty^2)^{3/2}} M^2$$

Alexander & Armitage (2006): C'est un effet des conditions initiales

(rappel:)

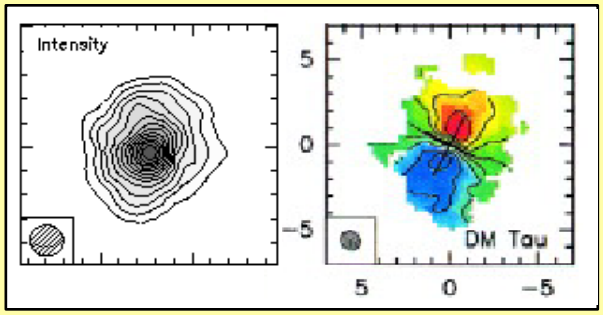
$$R_{\rm c}(t) \simeq 53 \left(\frac{\omega_{\rm cd}}{10^{-14}\ {\rm s}^{-1}}\right)^2 \left(\frac{T_{\rm cd}}{10\ {\rm K}}\right)^{-4} \left(\frac{M(t)}{1\ M_\odot}\right)^3 {\rm AU}$$



d'après Natta et al. (2004), Muzerolle et al. (2004)

Contraintes issues des observations de DM Tau & GM Aur

Cartes d'émission CO:
=> Température & S



Guilloteau & Dutrey, 1998
Simon, Guilloteau & Dutrey, 2001

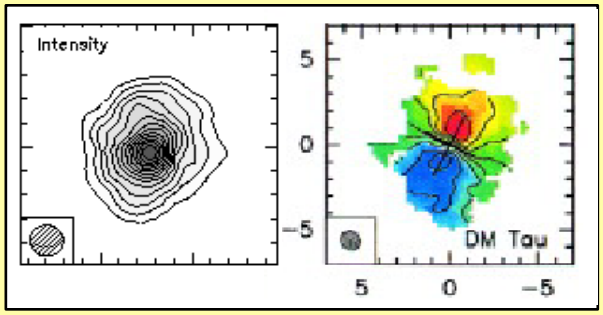
Emission de la poussière:
=> S
Kitamura et al. 2002

Excès d'émission en B
⇒ Taux d'accrétion
Hartmann et al. 1998

System:		DM Tau	GM Aur
Distance:		140 pc ± 10%	140 pc ± 10%
Age:		1.5–7 Myr	1–10 Myr
Spectral type:		M 1	K7
Star mass:		0.4–0.6 $M_\odot$	0.5–1.0 $M_\odot$
Luminosity:		0.25 $L_\odot$	0.74 $L_\odot$
Temperature:		3720 K	4060 K
Star radius:		0.0065 AU	0.0085 AU
Constraints from CO emission lines:			
R_{out}	~	850 ± 20 AU	525 ± 20 AU
$\Sigma_{(100\ AU)}$	>	0.05 g cm^{-2}	–
$\Sigma_{(R_{out})}$	>	1.6×10^{-3} g cm^{-2}	3.0×10^{-3} g cm^{-2}
Constraints from continuum dust emission:			
R_{out}	>	500 AU	280 AU
$\Sigma_{(100\ AU)}$	<	4.3 g cm^{-2}	23.0 g cm^{-2}
$\Sigma_{(100\ AU)}$	>	0.23 g cm^{-2}	1.4 g cm^{-2}
$\tilde{\beta}$		0.48–1.03	1.11–1.34
Accretion rate:			
Log $\dot{M}$	=	−7.95 ± 0.54	−8.02 ± 0.54
[$M_\odot$ yr^{-1}]			

Contraintes issues des observations de DM Tau & GM Aur

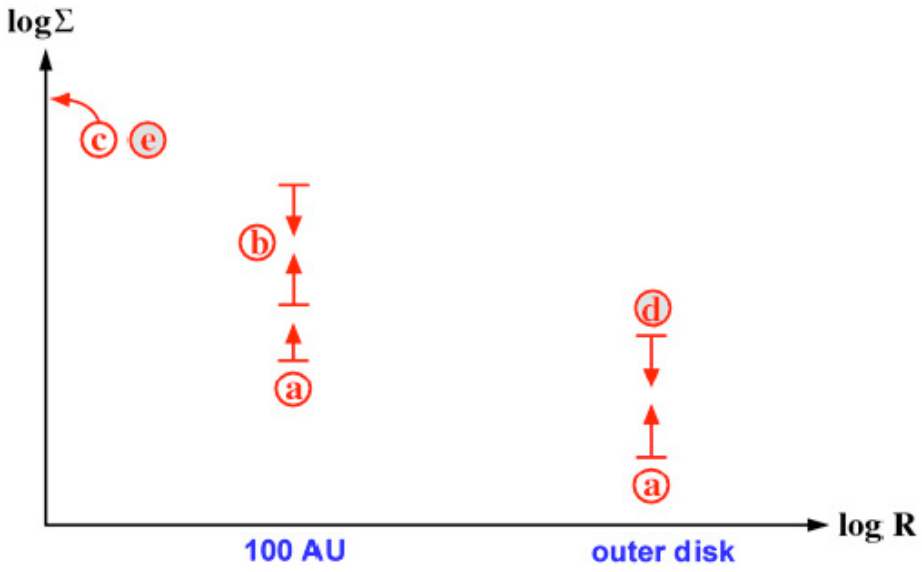
Cartes d'émission CO:
=> Température & S



Guilloteau & Dutrey, 1998
Simon, Guilloteau & Dutrey, 2001

Emission de la poussière:
=> S
Kitamura et al. 2002

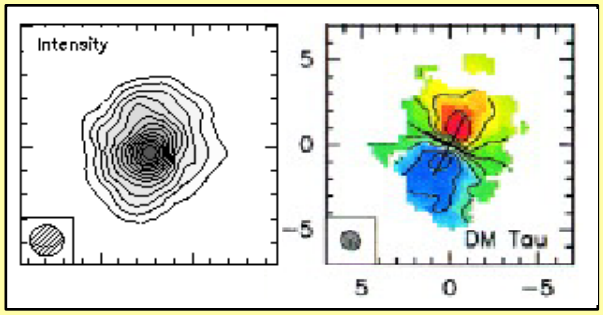
Excès d'émission en B
⇒ Taux d'accrétion
Hartmann et al. 1998



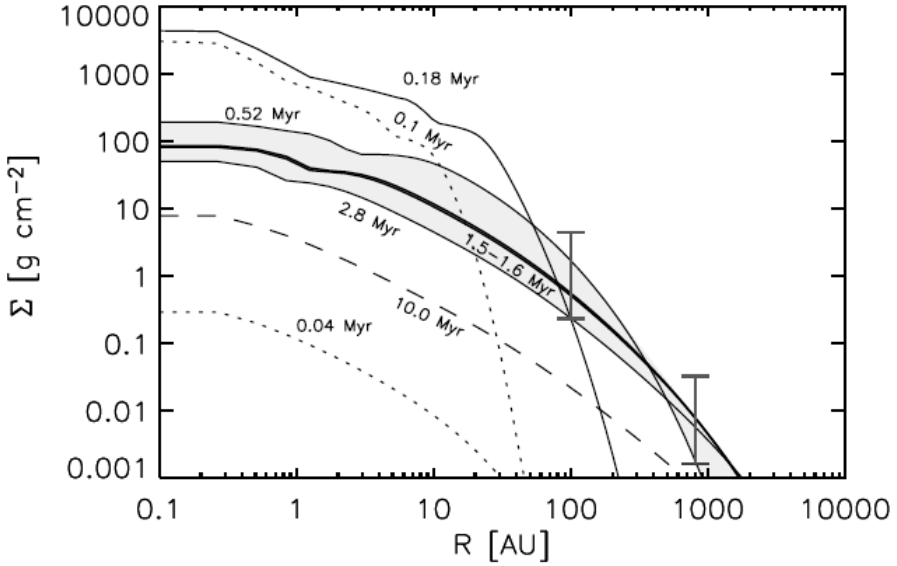
Caractéristiques de l'étoile
⇒ Masse, Age

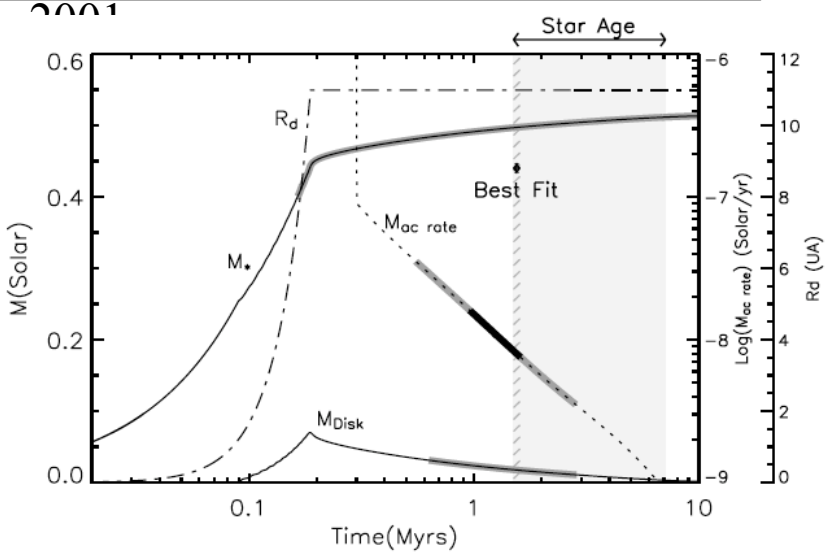
Contraintes issues des observations de DM Tau & GM Aur

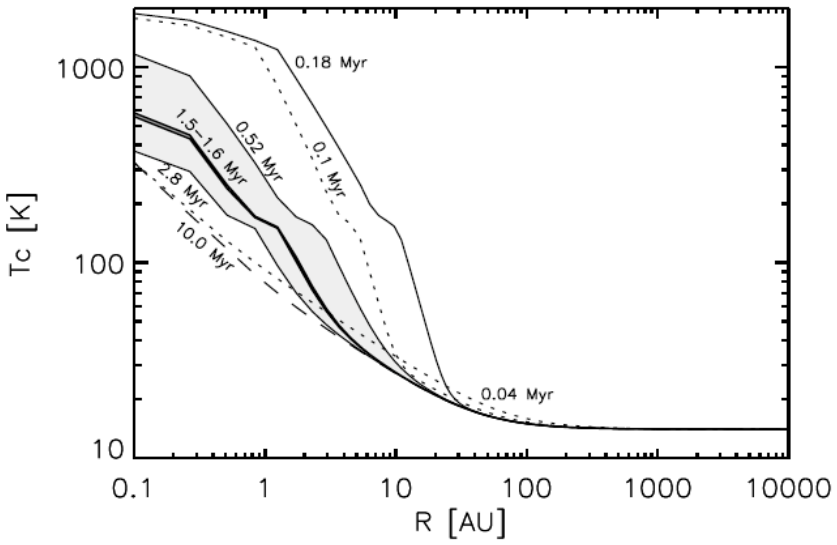
Cartes d'émission CO:
=> Température & S



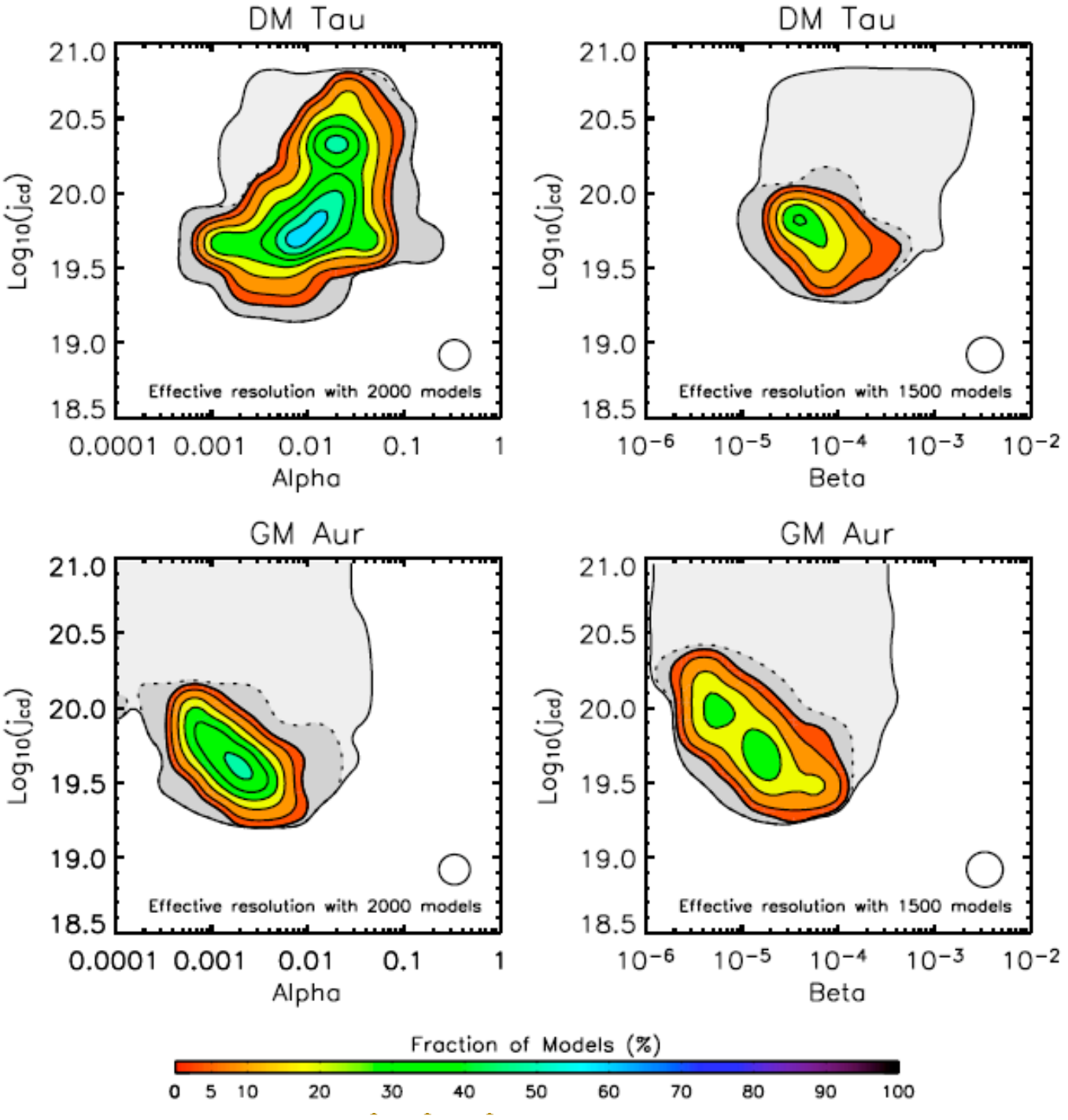
Guilloteau & Dutrey, 1998
Simon, Guilloteau & Dutrey, 2001







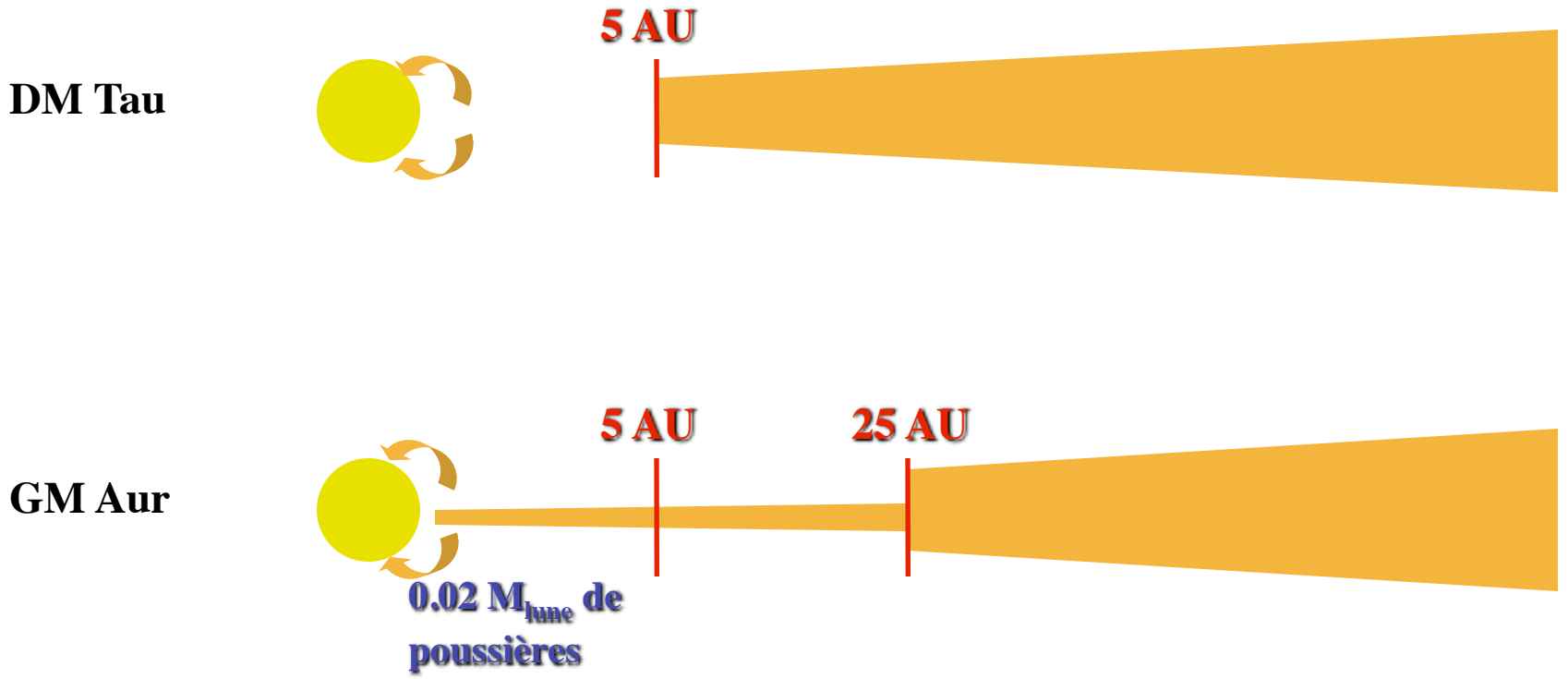
Contraintes globales



Hueso & Guillot 2005

Contraintes issues des observations de DM Tau & GM Aur

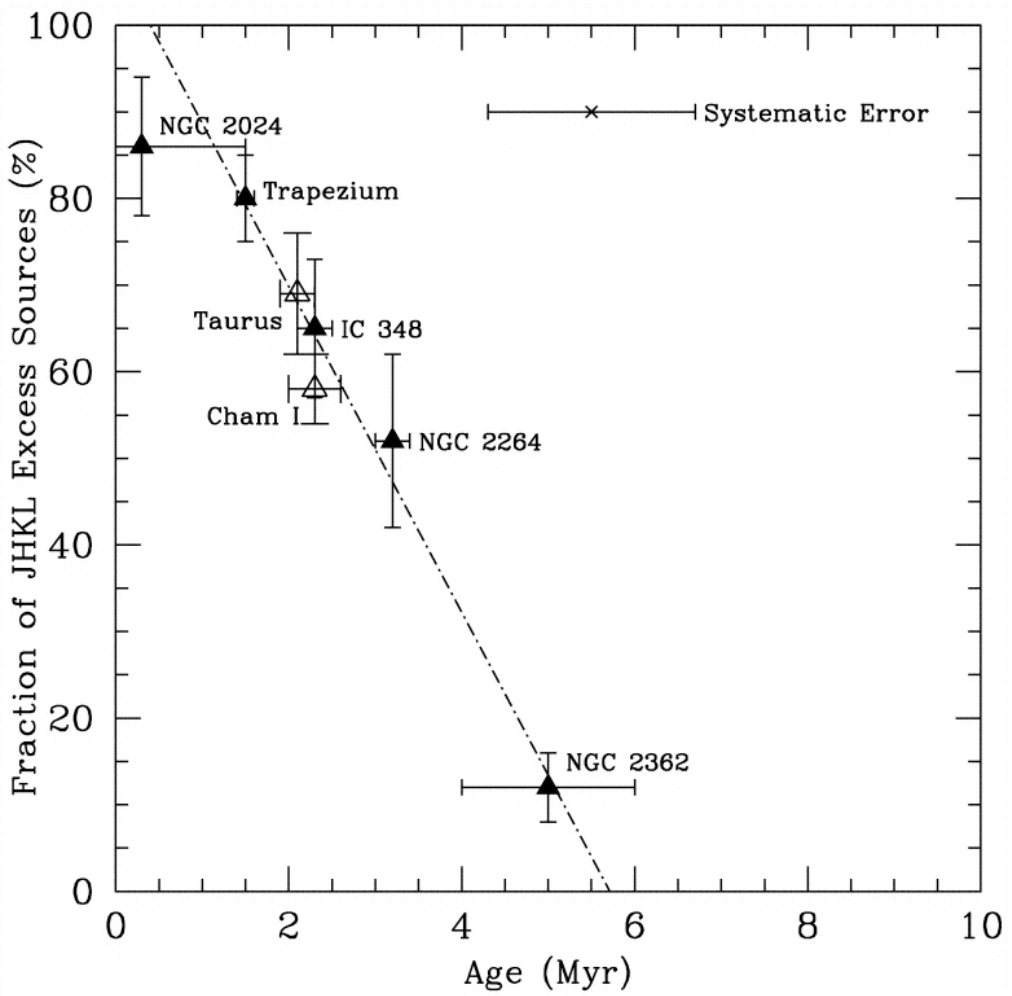
Observations de Spitzer (Calvet et al. 2005):



Des planètes? Du gaz sans poussières? Des effets d'ombres?

La fin de vie des disques de gaz

- **La disparition rapide des disques de gaz reste un mystère.**
  - Accrétion sur l'étoile centrale
  - Photoévaporation interne
  - Photoévaporation externe
  - Passage d'étoiles proches
  - Formation planétaire

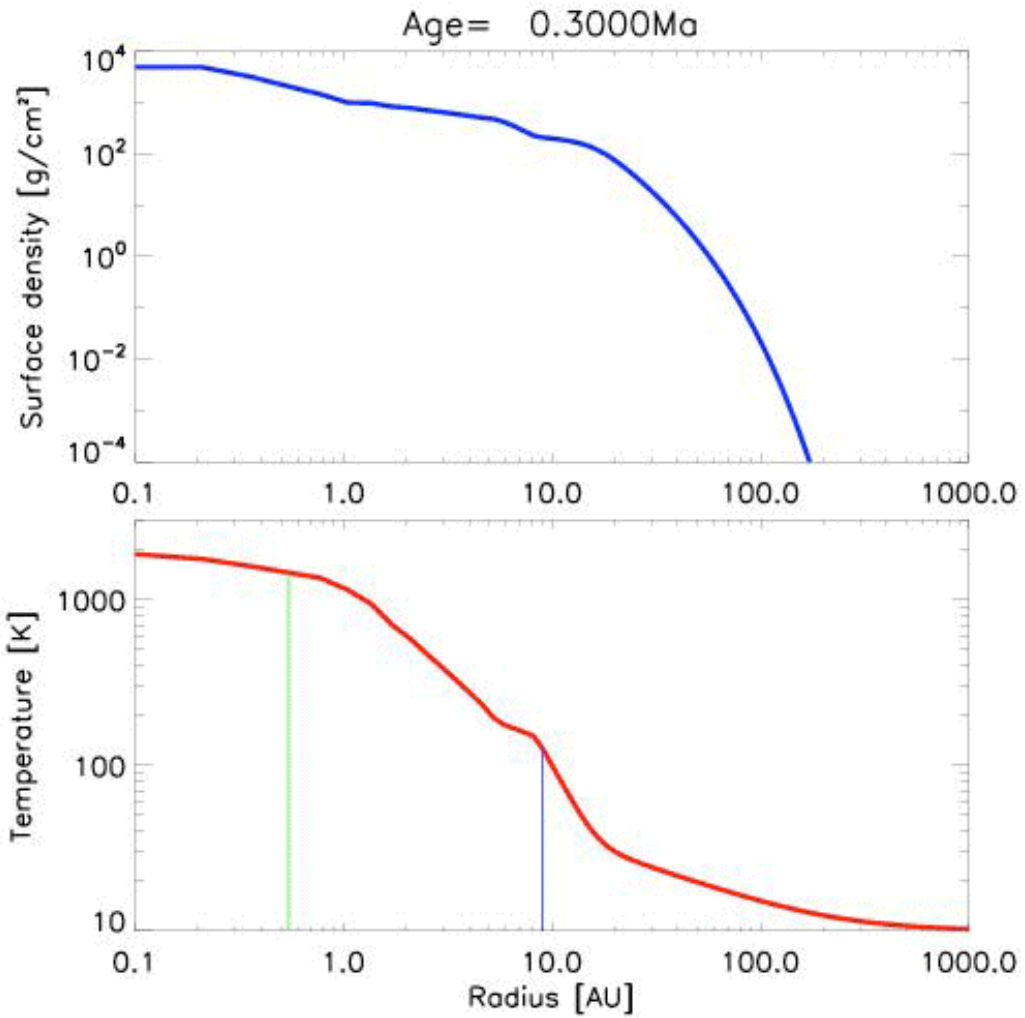


Haisch et al. 2001

La fin de vie des disques de gaz

L'accrétion

(par diffusion visqueuse)

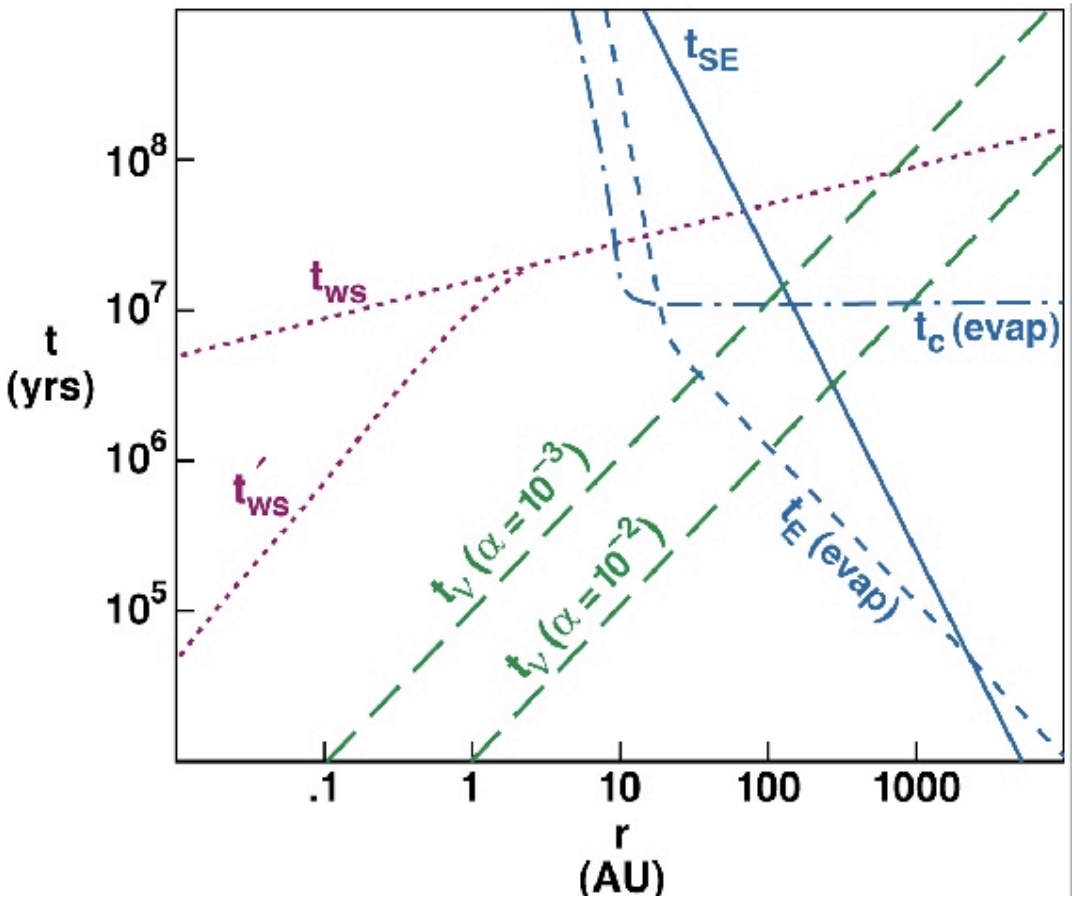


=> Clairement beaucoup trop lente en raison de l'augmentation du temps visqueux à grandes distances de l'étoile

La fin de vie des disques de gaz

Le passage d'étoiles proches

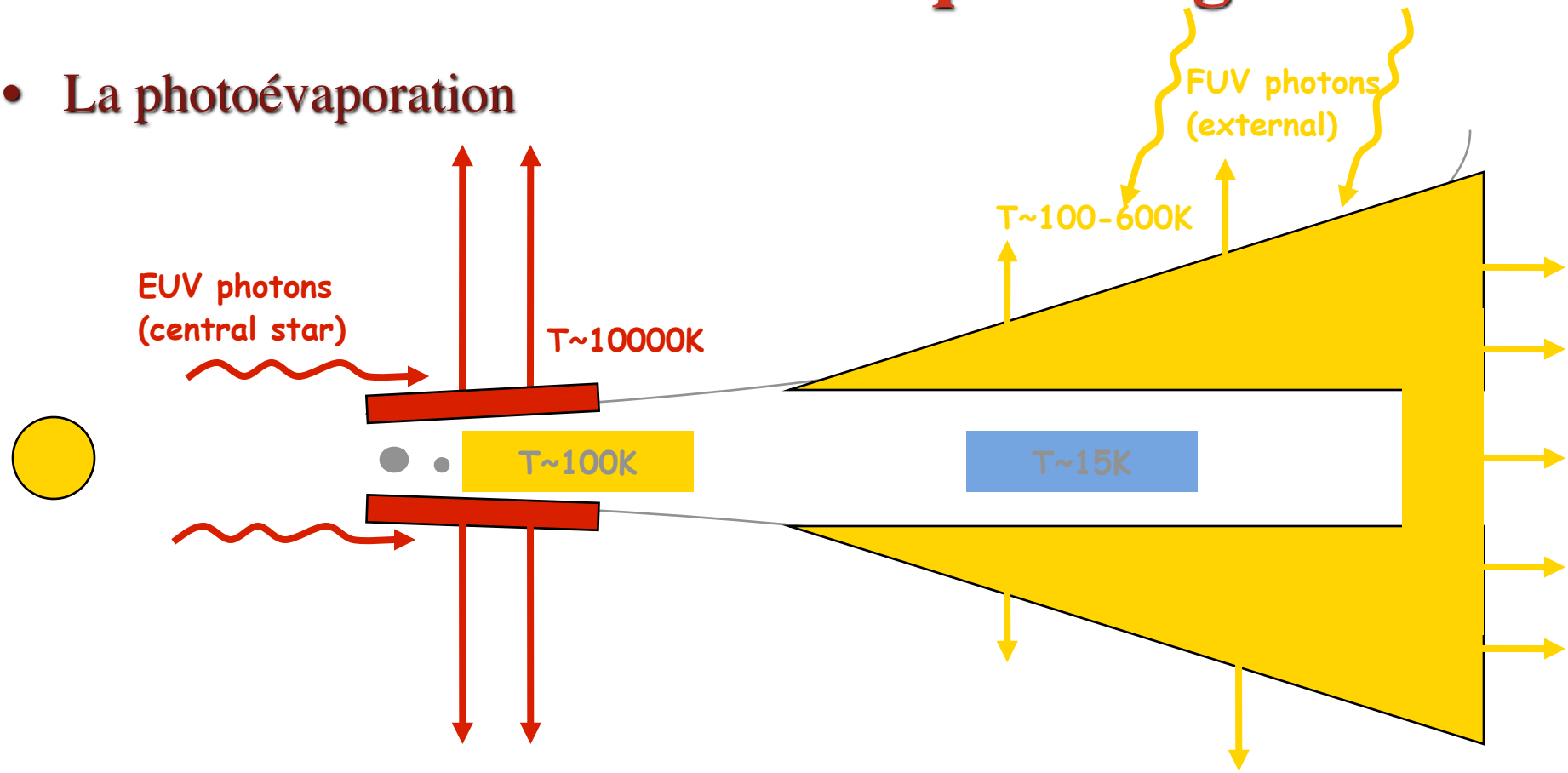
=> Intéressant car permet d'éliminer l'apport de matière au delà de ~100 AU ou plus, ou les temps visqueux sont longs



Hollenbach et al. 2004 (PPIV)

La fin de vie des disques de gaz

- La photoévaporation



Shu et al. (1993); Hollenbach et al. (1994); Clarke et al. (2001)

Adams et al. (2004); See also Matsuyama (2004)

La fin de vie des disques de gaz

Evaporation interne:

Principe: Le chauffage de l'atmosphère du disque proche de l'étoile conduit à des températures très élevées ~10000K, conduisant à l'évaporation directe du disque à des rayons au-delà de ~10 AU

$$R_{\rm g} = \frac{G M_\star \mu}{kT}$$

$$\dot{\Sigma}_{\rm esc} = m_{\rm esc} c_{\rm esc} n_{\rm esc}$$

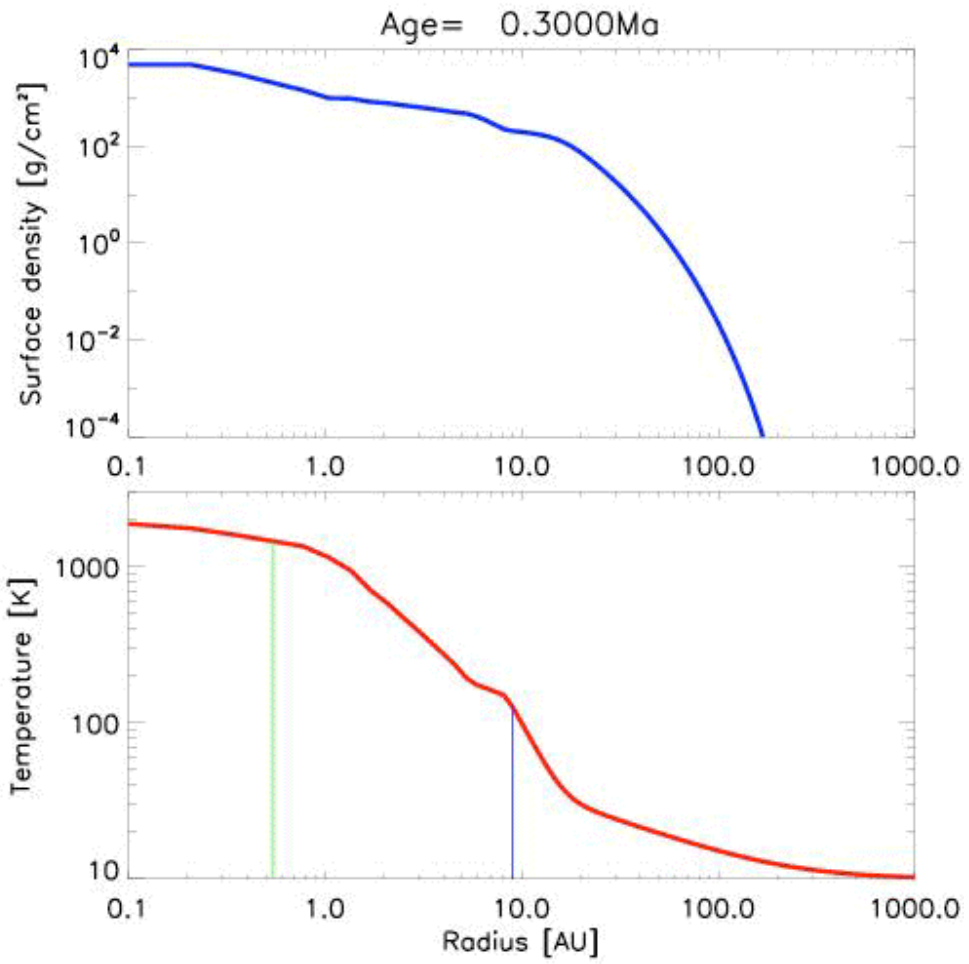
$$\begin{cases} n_{\rm esc} = n_0 \Phi_{41}^{1/2} R_{\rm g14}^{-3/2} \left(\frac{r}{R_{\rm g}}\right)^{-5/2} & \text{for } r \geqslant R_{\rm g} \\ n_{\rm esc} = 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

Hollenbach et al. 1994

La fin de vie des disques de gaz

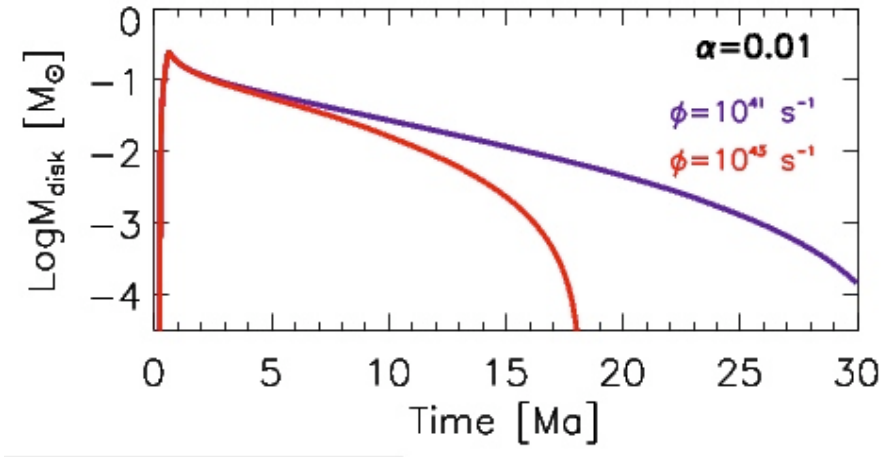
Evaporation interne:

$\Phi = 10^{41}\ s^{-1}$



La fin de vie des disques de gaz

Evaporation interne: problématique



⇒Disparition très lente

⇒Création d'une lacune centrale (Clarke et al. 2001)

⇒Source des rayons EUV?

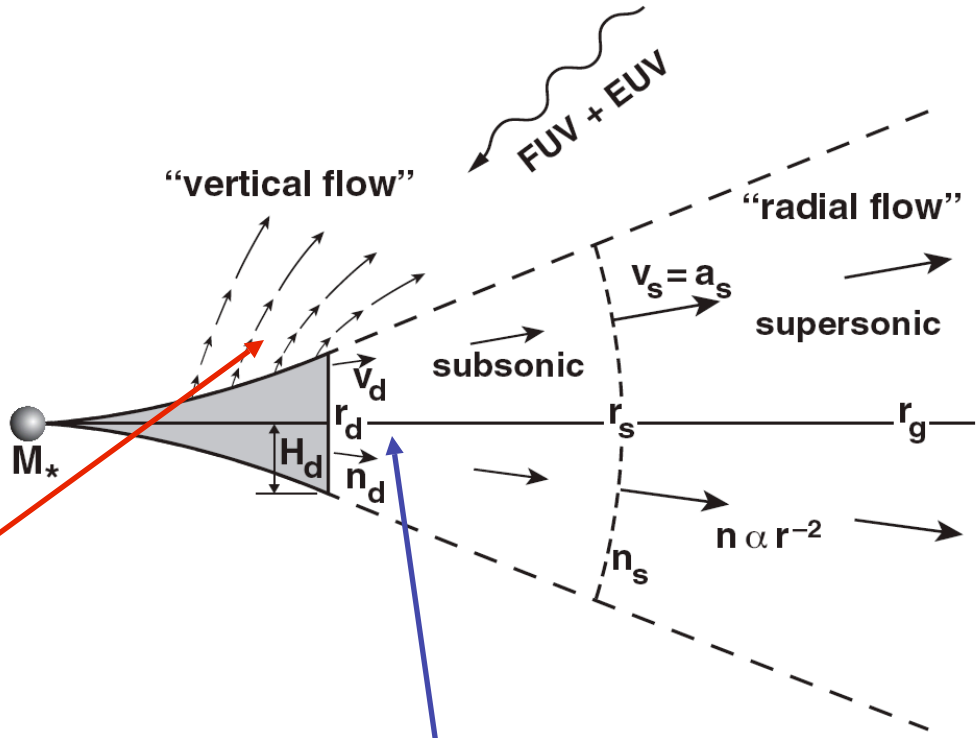
⇒L'accrétion devient vite insuffisante (Matsuyama et al. 2003)

⇒Source dans les magnétosphères stellaires (Alexander et al. 2005)?

La fin de vie des disques de gaz

Evaporation externe:

Principes:
Echappement pour R<Rg
Pour T~350K, Rg~300 AU
Le rayonnement UV ambiant chauffe l'atmosphère du disque



Adams et al. 2004

$$R_g = \frac{GM_\star \mu}{kT} \qquad \dot{\Sigma}_{esc} = m_{esc} c_{esc} n_{esc}$$

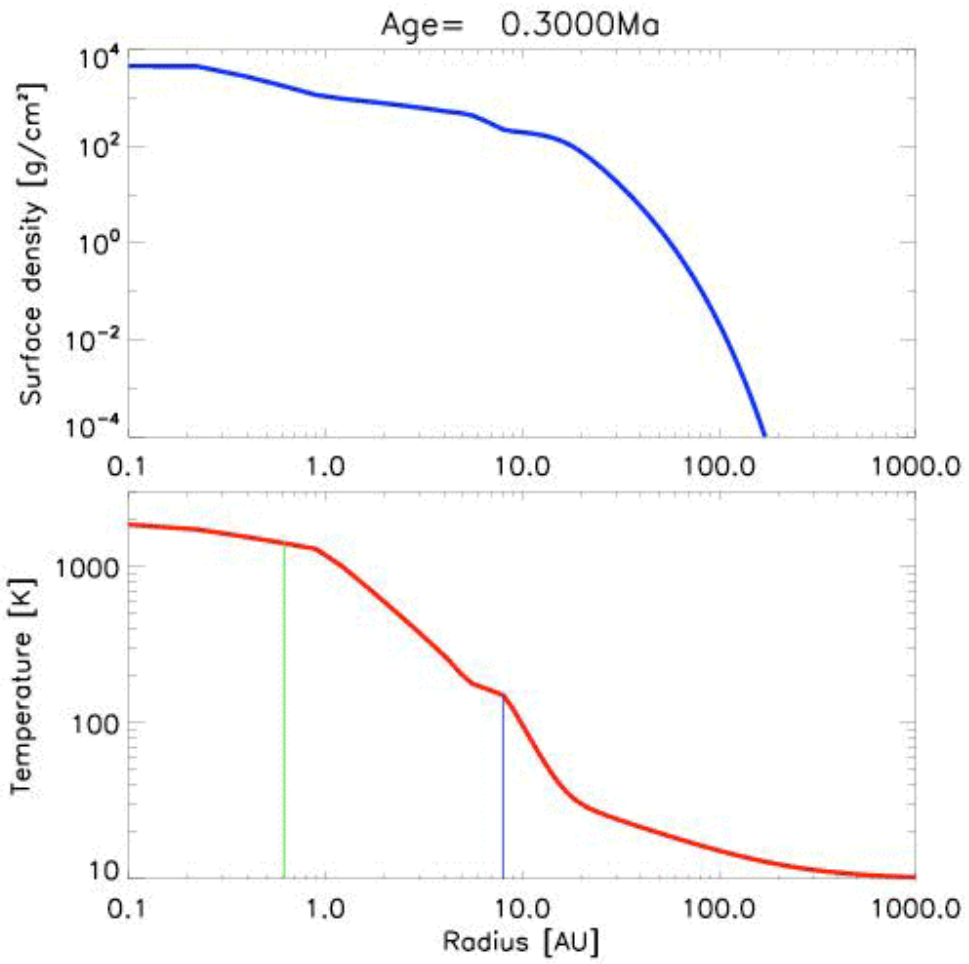
$$\begin{cases} n_{esc} = \dfrac{\sigma_{FUV}^{-1}}{r}, & \text{for } r \geqslant R_g \\ n_{esc} = \dfrac{\sigma_{FUV}^{-1}}{r} \left(\dfrac{R_g}{r}\right)^{1/2} e^{-(R_g/r-1)/2} & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{M}_{rad} = m_{esc} c_{esc} \sigma_{FUV}^{-1} R_d & \text{for } R_d \geqslant R_g \\ \dot{M}_{rad} = m_{esc} c_{esc} \sigma_{FUV}^{-1} R_d \left(\dfrac{R_g}{R_d}\right)^2 e^{-(R_g/R_d-1)/2} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

La fin de vie des disques de gaz

Evaporation externe:

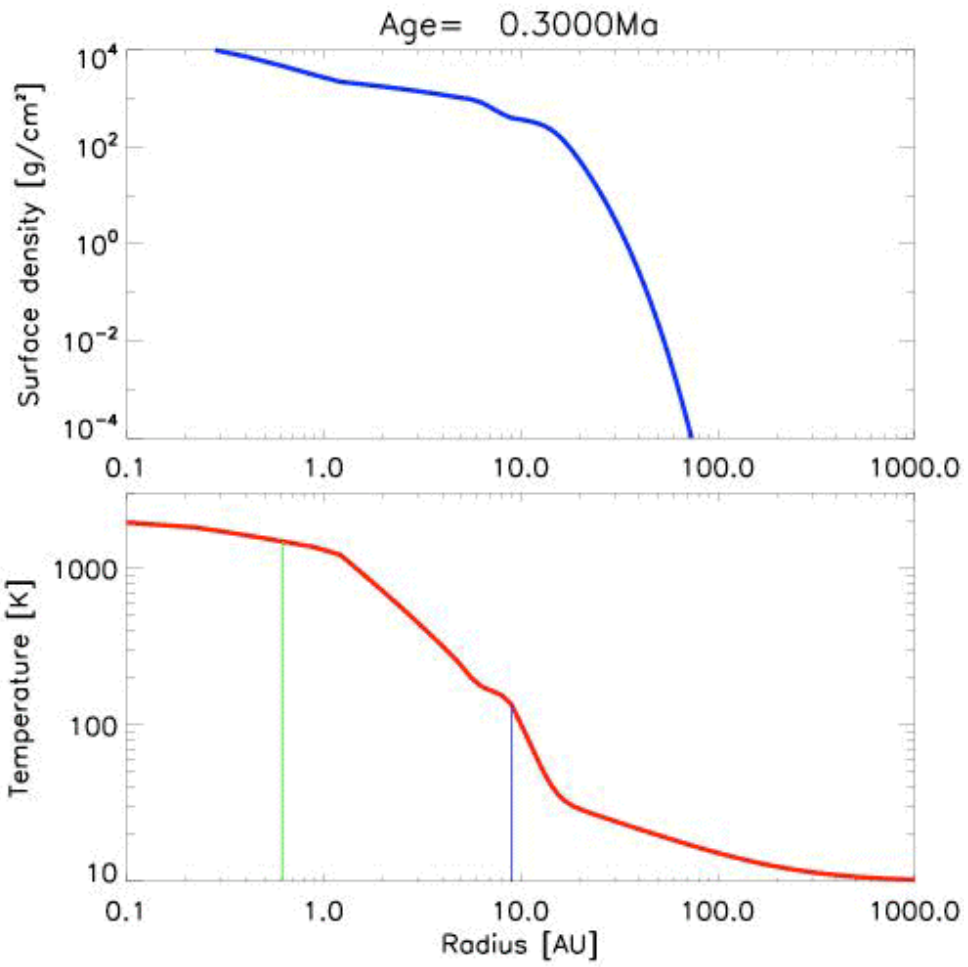
T_{atm}=200K
α=0.01



La fin de vie des disques de gaz

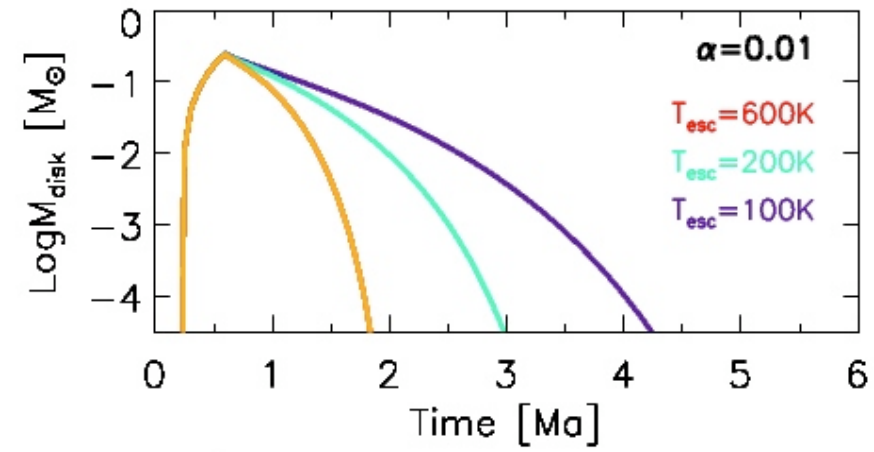
Evaporation externe:

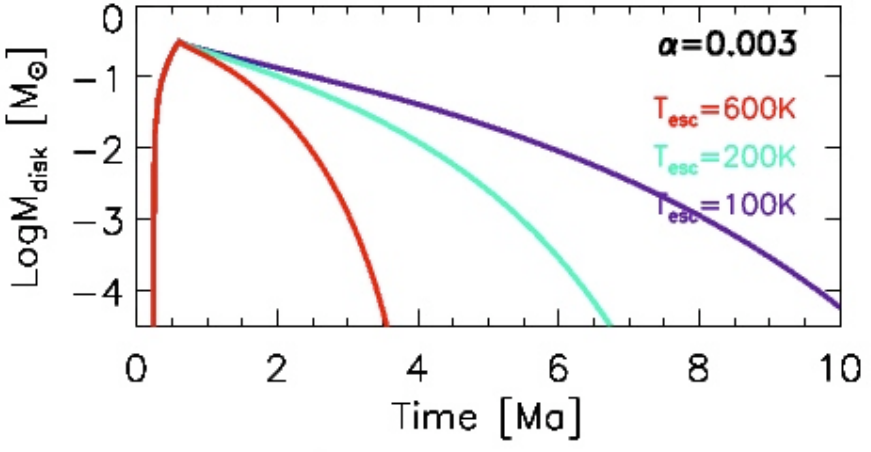
T_{atm}=200K
α=0.003



La fin de vie des disques de gaz

Evaporation externe: compatible avec les échelles de temps observées

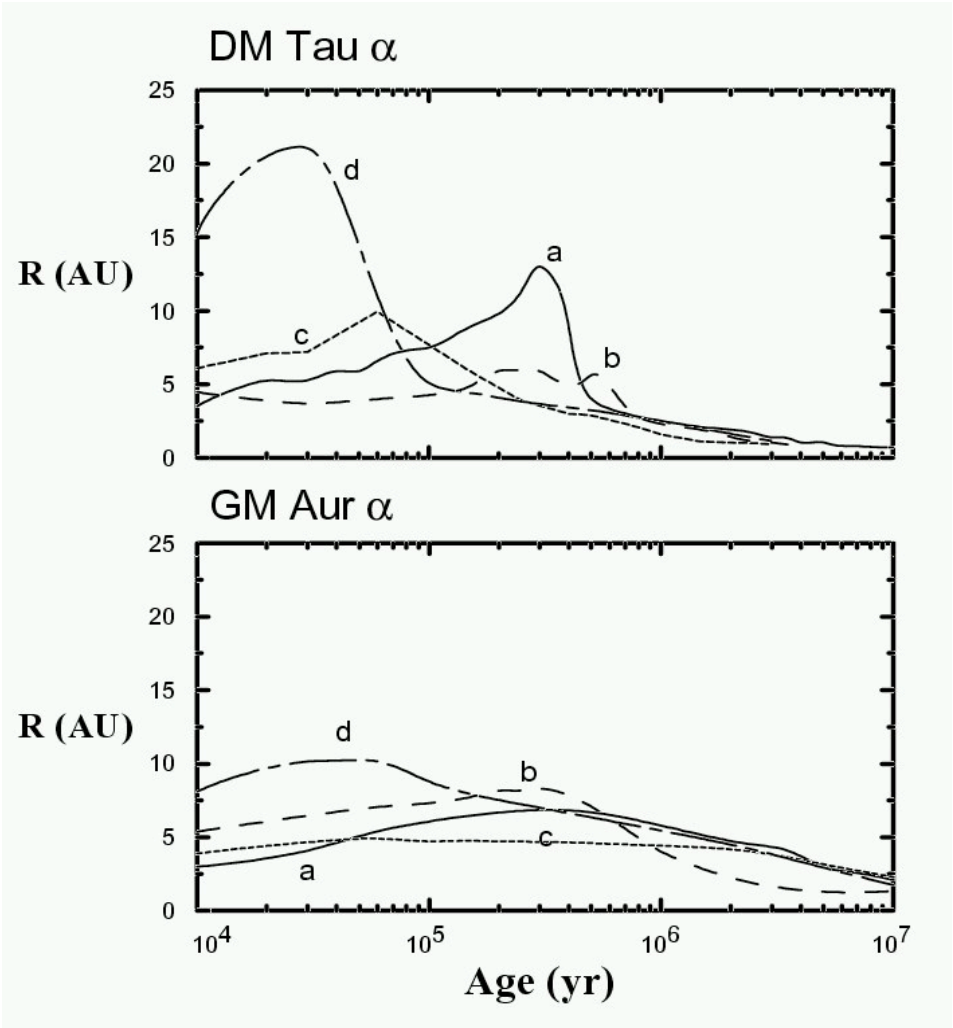


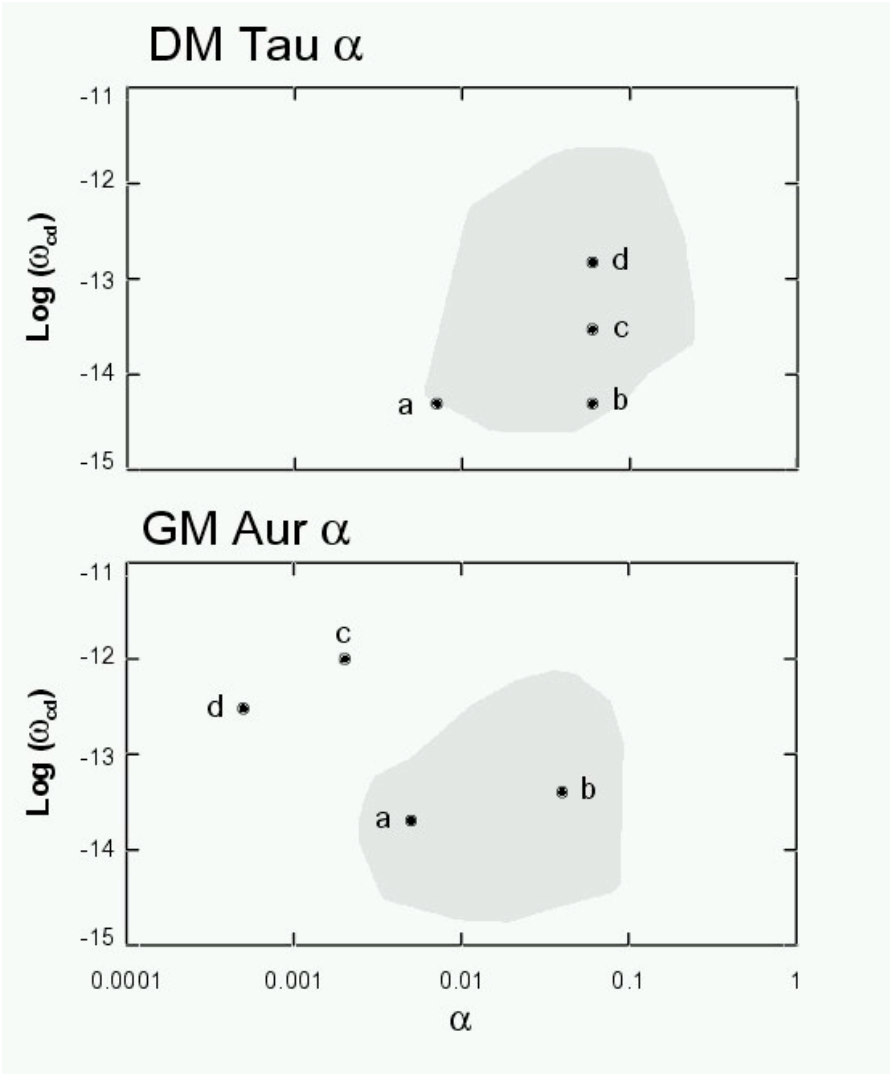


Mais: compatibilité avec l'existence de disques autour d'étoiles peu massives???

Aperçu de l'évolution des disques

La ligne de glace (DM Tau & GM Aur)



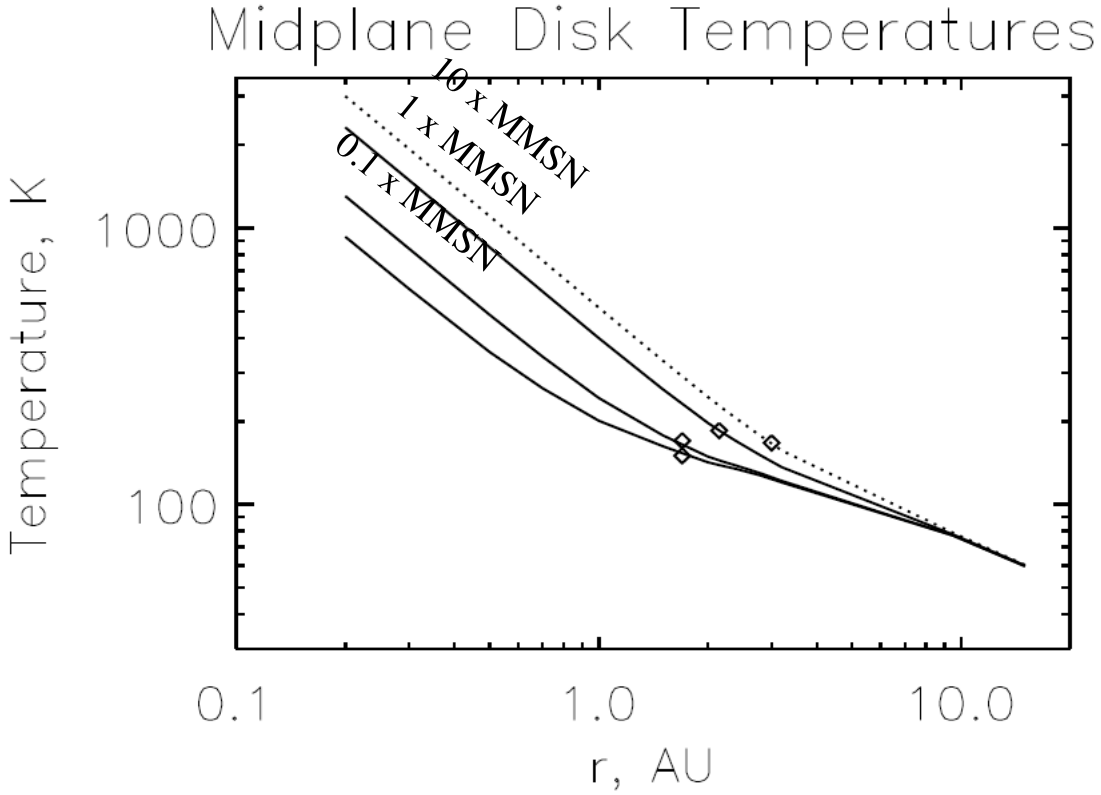


Aperçu de l'évolution des disques

La ligne de glace dans notre système solaire:

La taxonomie des astéroïdes semblent indiquer une ligne de glace vers 2.7 AU.

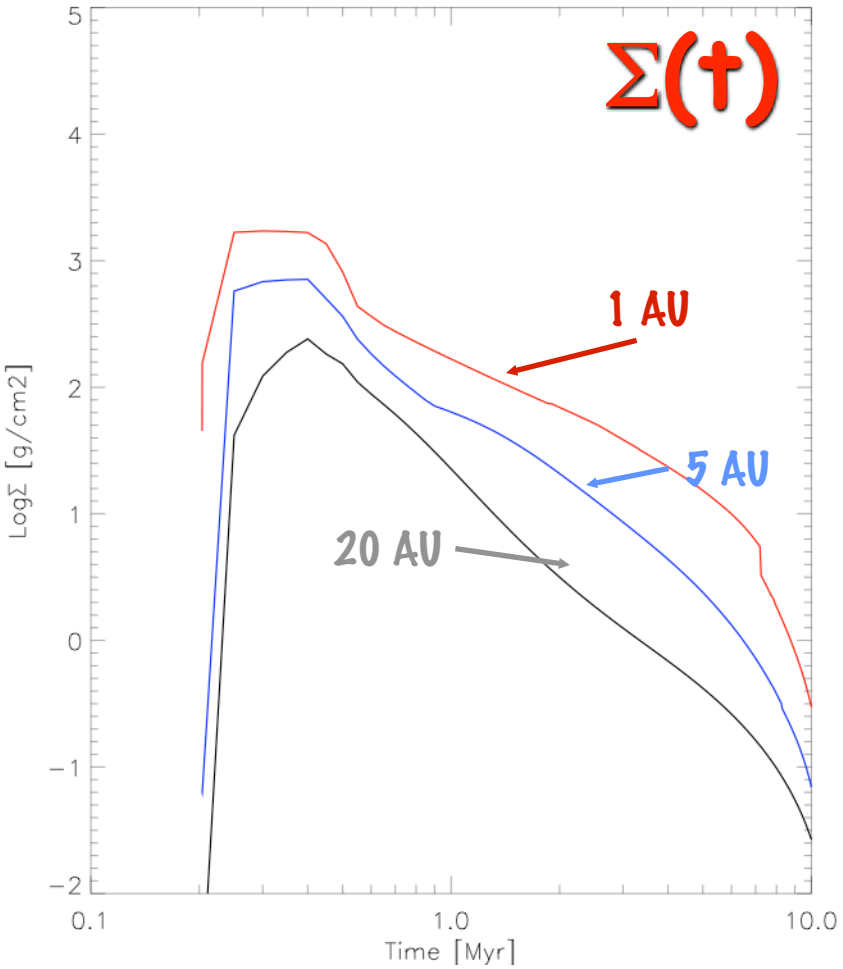
Pourtant les modèles « standard » du disque protosolaire (basés sur la nébuleuse solaire de masse minimale - MMSN) indiquent une ligne de glace vers 1.6-1.8 AU

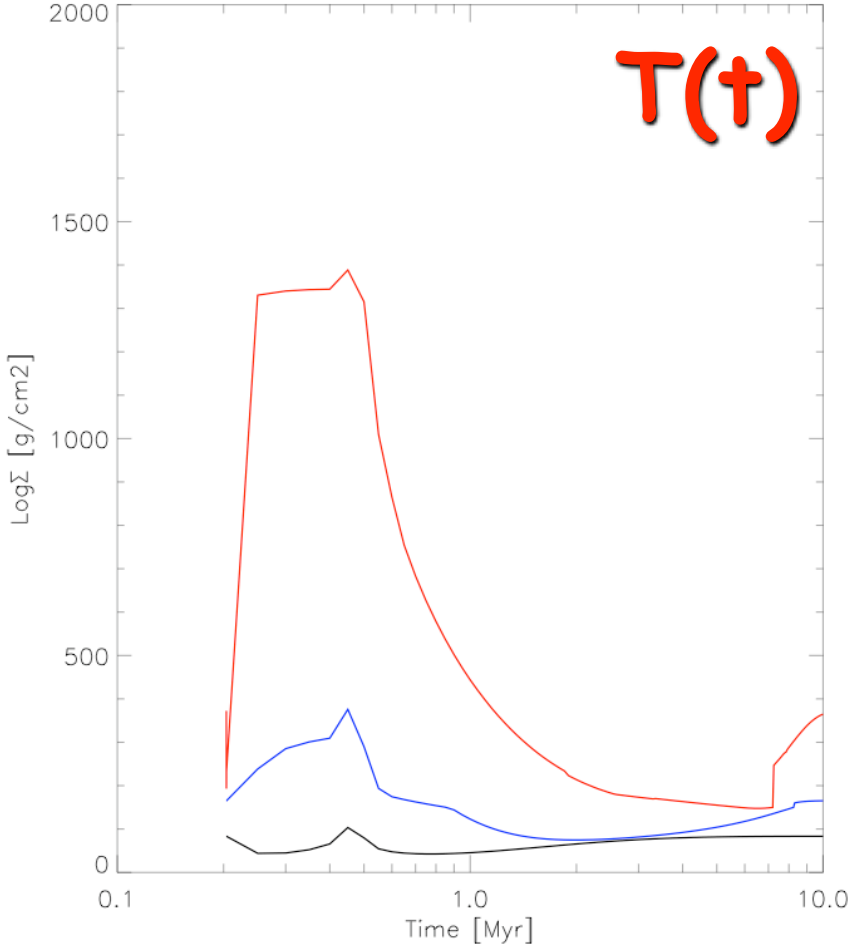


Lecar et al. 2006

Aperçu de l'évolution des disques

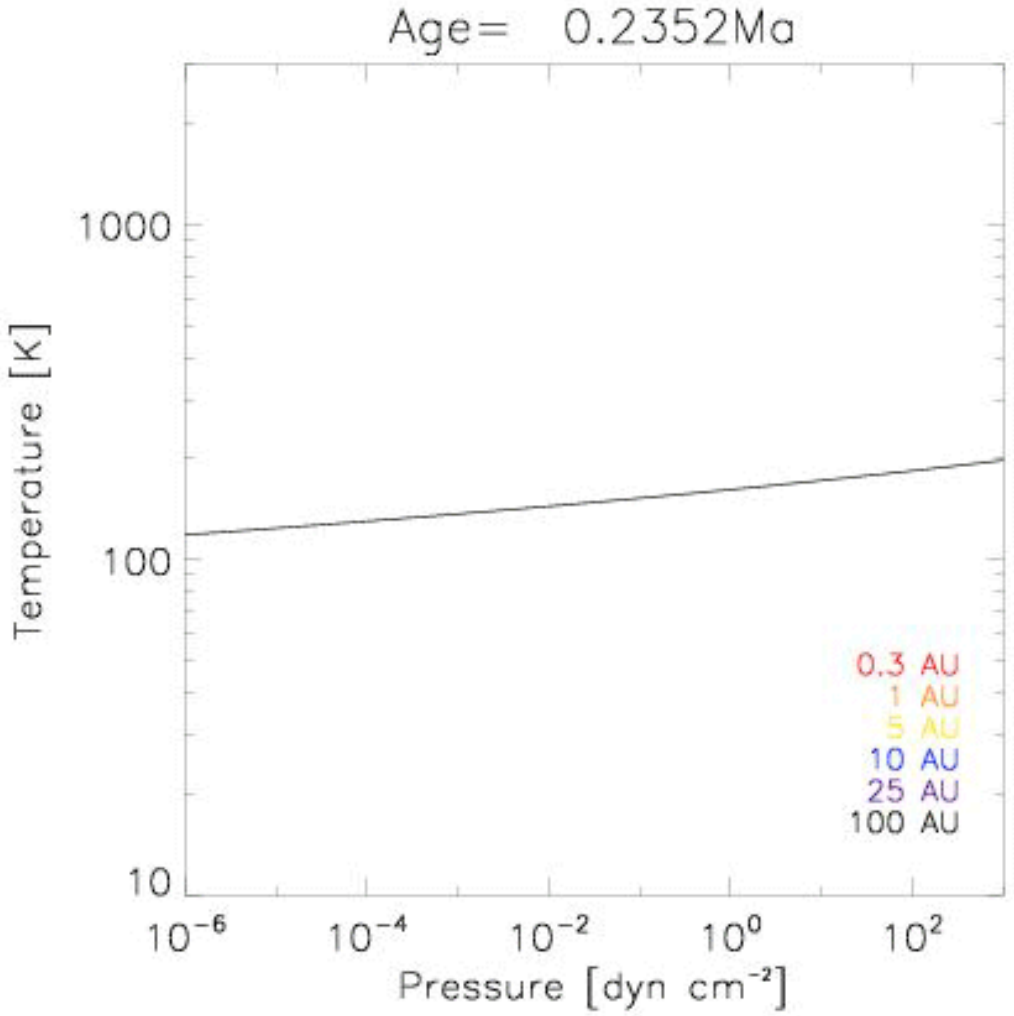
Densité de surface et température dans le disque protosolaire:





Aperçu de l'évolution des disques

Pression et température dans le disque protosolaire:



Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Mon. Not. R. Astron. Soc. (2006) doi:10.1111/j.1745-3933.2006.00137.x

The composition of Jupiter: sign of a (relatively) late formation in a chemically evolved protosolar disc

Tristan Guillot[1]★ and Ricardo Hueso[2]★
[1]*CNRS UMR 6202, Observatoire de la Côte d'Azur, BP 4229, 06304 Nice CEDEX 04, France*
[2]*Física Aplicada I, ETS Ing., Universidad Pais Vasco, Alda. Urquijo s/n. 48013 Bilbao, Spain*

Accepted 2005 December 16. Received 2005 December 15; in original form 2005 November 21

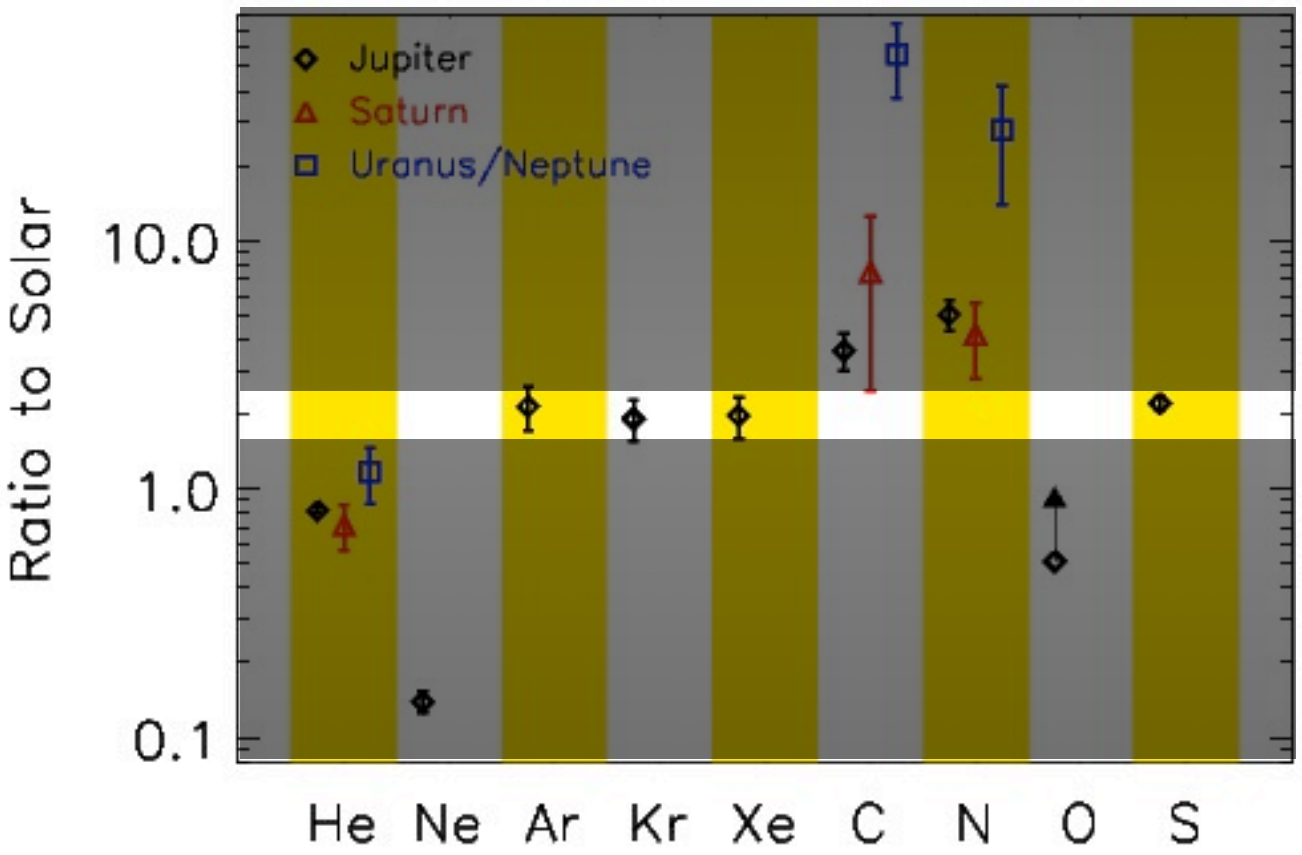
ABSTRACT

It has been proposed that the enrichment in noble gases found by *Galileo* in the atmosphere of Jupiter can be explained by their delivery inside cold planetesimals. We propose instead that this is a sign that the planet formed in a chemically evolved disc and that noble gases were acquired mostly in gaseous form during the envelope capture phase of the planet.

We show that the combined settling of grains to the disc mid-plane in the cold outer layers, the condensation of noble gases on to these grains at temperatures below 20–30 K, and the evaporation from high disc altitudes effectively lead to a progressive, moderate enrichment of the disc. The fact that noble gases are vaporized from the grains in the hot inner disc regions (e.g. Jupiter formation region) is not a concern because a negative temperature gradient prevents convection from carrying the species into the evaporating region. We show that the ∼2 times solar enrichment of Ar, Kr and Xe in Jupiter is hence naturally explained by a continuous growth of the planet governed by viscous diffusion in the protosolar disc in conjunction with an evaporation of the disc and its progressive enrichment on a million-year time-scale.

Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

On cherche à expliquer les abondances de gaz rares dans Jupiter:

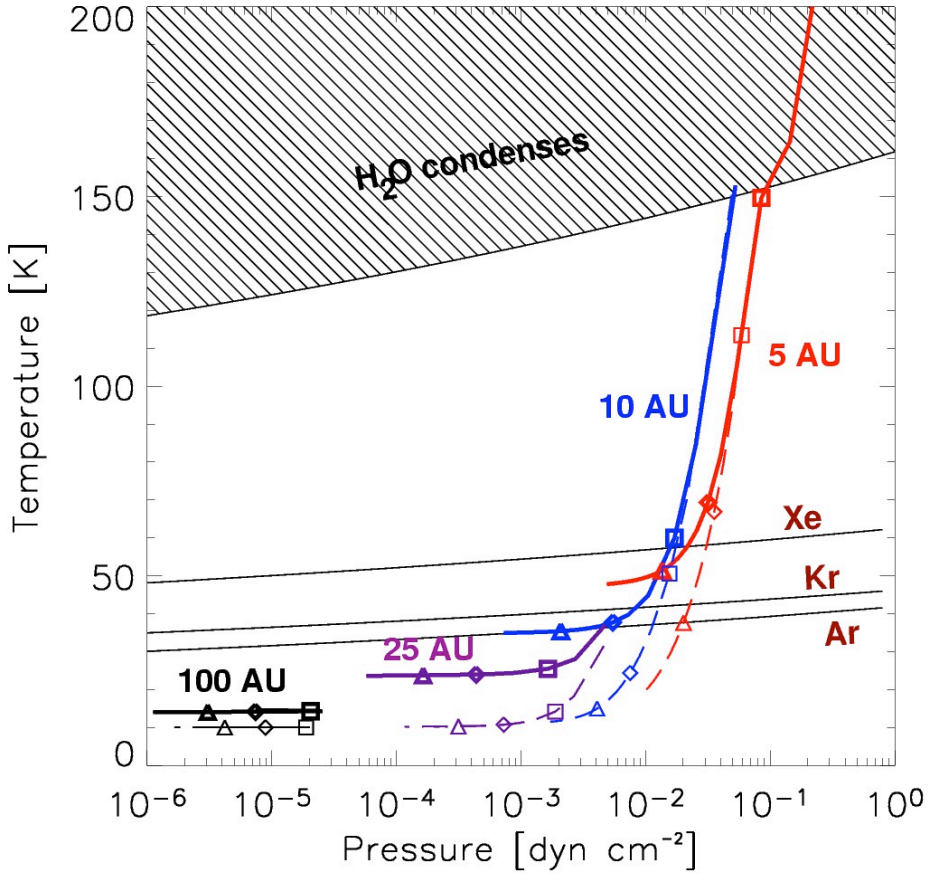


See Owen et al. 1999; Atreya et al. 2003
Solar reference: Lodders 2003

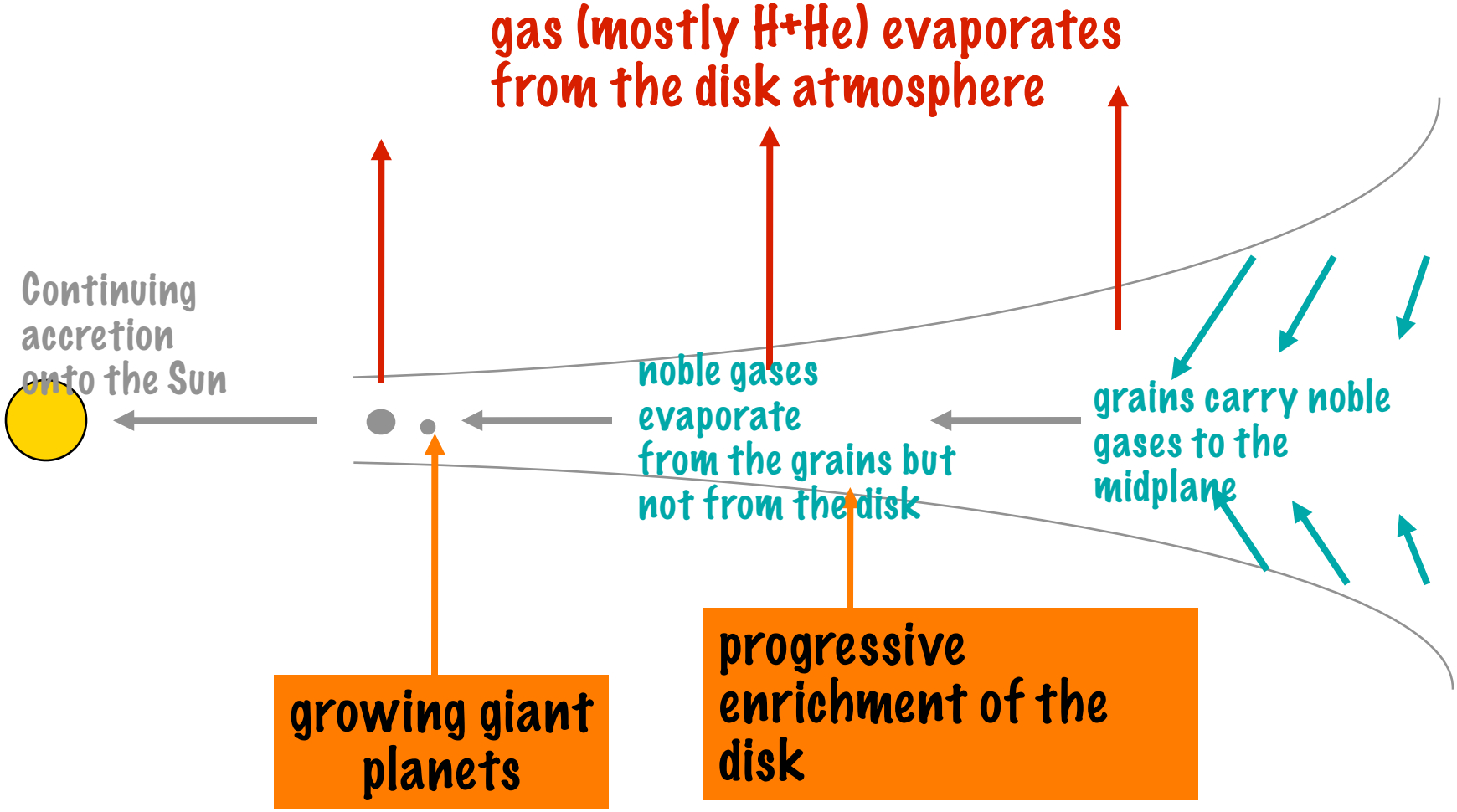
Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Les problèmes liés à la clathration:

- Requires large H_2O abundance (~>5-10x⊙) and high clathration efficiency (~100%)
- Requires low temperatures
  - At 5AU, possible only if the solar accretion disk self-shadows



Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?



Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Equations gouvernant l'évolution du disque et de sa composition:

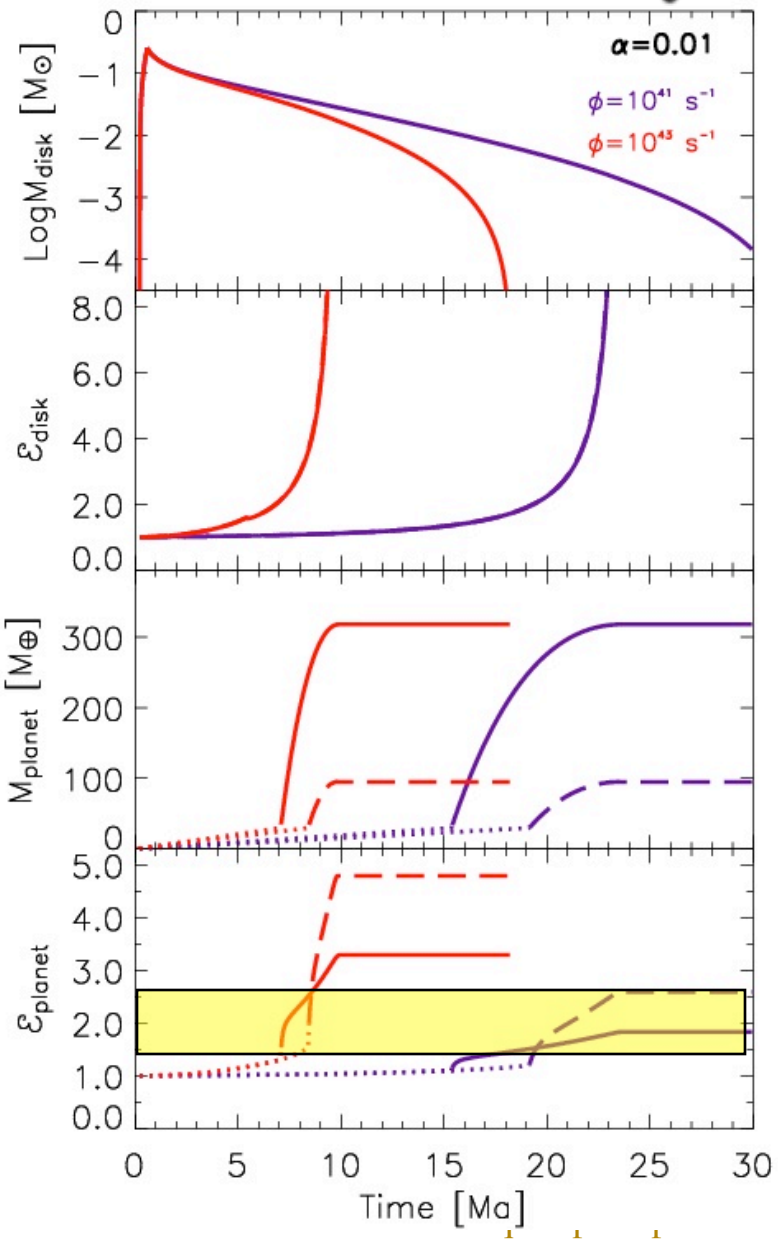
$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu \Sigma r^{1/2}\right)\right] - \dot{\Sigma}_{\rm esc}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = 3\nu\left[\left(2\frac{\partial \ln(\nu\Sigma)}{\partial \ln r} + \frac{3}{2}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial r^2}\right] + \dot{\mathcal{E}}_{\rm esc}$$

$$\dot{\mathcal{E}}_{\rm esc} = \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\rm max}}\right)\mathcal{E}\frac{\dot{\Sigma}_{\rm esc}}{\Sigma}$$

Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Evaporation
EUV interne



Disk mass

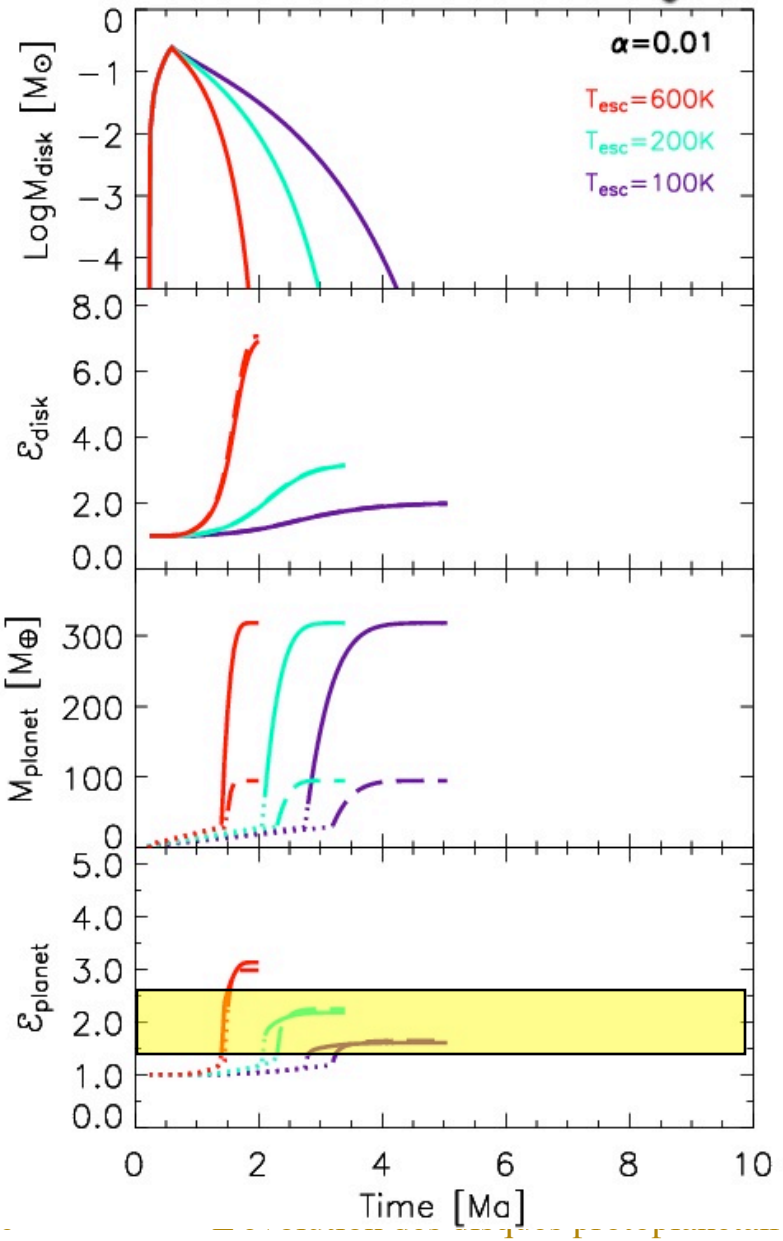
Disk enrichment

Planet mass

Planet enrichment
Jupiter: plain
Saturn: dashed

Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Evaporation
FUV externe



Disk mass

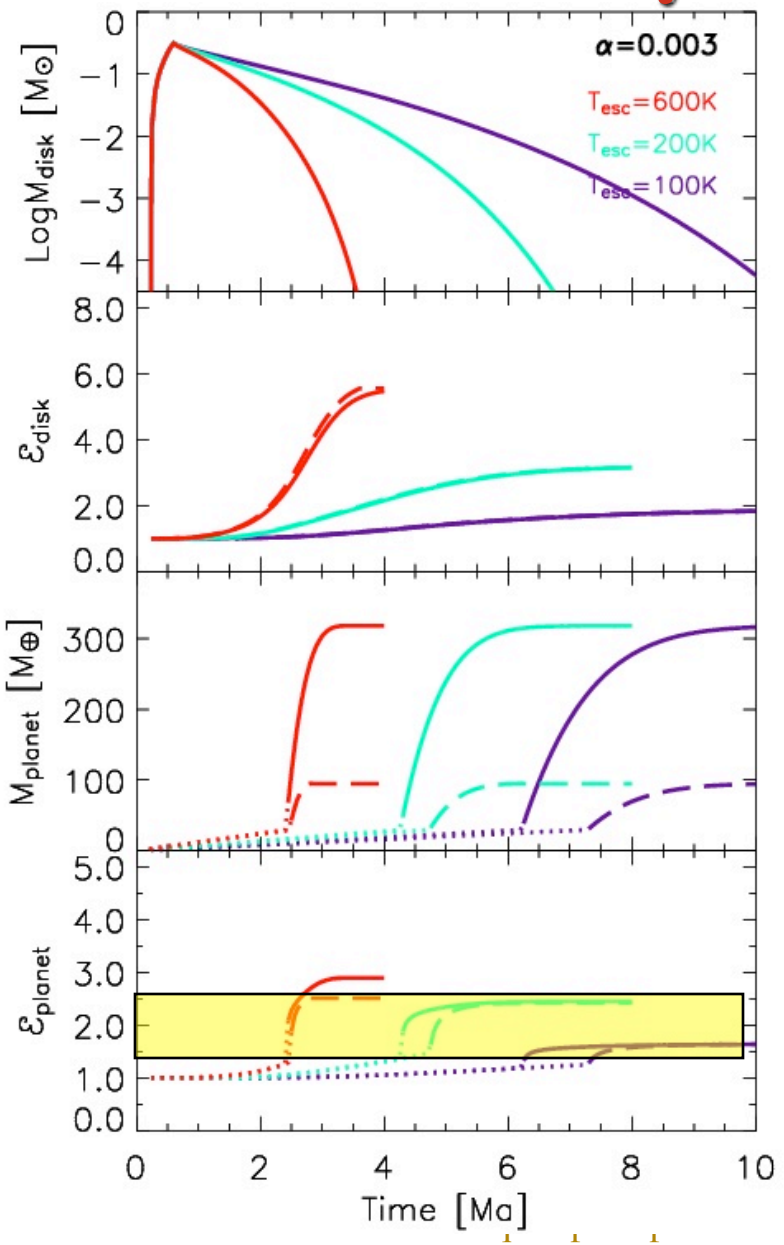
Disk enrichment

Planet mass

Planet enrichment
Jupiter: plain
Saturn: dashed

Une évaporation modérée du Système Solaire jeune?

Evaporation
FUV externe



Disk mass

Disk enrichment

Planet mass

Planet enrichment
Jupiter: plain
Saturn: dashed

Conclusions -1

- L'évolution des disques protoplanétaires doit être prise en compte dans l'étude de la formation planétaire
- L'évolution des disques semble liée à un « alpha » entre 10^{-3} et 10^{-1}
- La disparition des disques reste mystérieuse, mais 3 mécanismes combinés semblent prometteurs:
  - L'accrétion sur l'étoile
  - La photoévaporation
  - Les effets de marées
- Les lignes de condensation se déplacent significativement au cours du temps. => Bilan de masse pour expliquer, par ex. la taxonomie des astéroïdes?

Conclusions -2

- **L'évolution chimique modérée des disques paraît naturelle dans un contexte de photoévaporation, troncation par effets de marées et migration des solides**
- **Dans ce contexte, une formation tardive (par rapport au disque de gaz) des planètes géantes présente de nombreux avantages:**
  - Explique la composition en gaz rares de Jupiter
  - Permet d'expliquer naturellement la masse finale des planètes géantes comme une compétition entre l'accrétion limitée par la diffusion visqueuse du gaz et son évaporation progressive
  - De même, permet d'expliquer la position finale des planètes géantes comme une compétition entre l'accrétion sur la planète, le transfert de moment cinétique entre disque et planète et l'évaporation du disque
  - Permet d'expliquer pourquoi les étoiles riches en métaux ont plus fréquemment des planètes extrasolaires en orbite très proches (<10 jours de période)

Quelques problèmes passés sous le tapis...

- Binarité
- Mécanismes d'instabilité (type Fu-Orionis)
- MRI & zones mortes
- Turbulence
- La transition rapide disque de gaz / disque de débris
- Effets des grains sur l'évolution du disque
- Effets des planètes sur l'évolution du disque
- ...etc., etc.